

第二届“睿达杯”中小学数学智能竞赛一试

六年级参考解答

一. 填空题 (每小题 5 分, 共 90 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9
答案	残,阳,我	$\frac{5}{8}$	41	15	$\frac{70}{13}$	20	21	196	$\frac{45}{60}$
题号	10	11	12	13	14	15	16	17	18
答案	139	$\frac{3875}{8}$	7,15	8	36.75	3	12.56	56	② ⑥

1. 根据文字循环的规律容易得到.

$$2. \text{原式} = 1 - (\frac{1}{2} + \frac{1}{3}) + (\frac{1}{3} + \frac{1}{4}) - (\frac{1}{4} + \frac{1}{5}) + (\frac{1}{5} + \frac{1}{6}) - (\frac{1}{6} + \frac{1}{7}) + (\frac{1}{7} + \frac{1}{8}) = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{8} = \frac{5}{8}.$$

3. $2431=11 \times 13 \times 17$, $551=11 \times 13 + 11 \times 17 + 13 \times 17$, 所以 $11+13+17=41$.

4. 从 2,3,5,7,11,13 六个数中, 分别取 13,11,7,5,3,2 为分母, 构成真分数的分子分别有

5, 4, 3, 2, 1, 0 个, 所以共有真分数 $5+4+3+2+1+0=15$ (个).

5. 要使结果是整数, 并且要尽可能小, 分子必须是 14 和 35 的最小公倍数, 分母应为 13 和 26 的最大公因数. 因为 $[14,35]=70$, $(13,26)=13$, 所以结果应为 $\frac{70}{13}$.

$$6. 64 \div (15-11)=16 \text{ (支)}, 16 \div (1-20\%)=20 \text{ (支)}.$$

7. 6 月份: $20110601 \div 3$ 余数为 2, 那么 6 月份中符合要求的数有 10 个, $(30-2) \div 3 + 1$ 取整; 同理 7 月份中符合要求的数有 11 个, 所以共有 21 个.

8. 由前一条件可知人数在 181 与 240 之间, 由后一条件可知人数在 141 与 210 之间, 所以人数应在 181 与 210 之间. 再根据“分的组数和每组人数刚好相等”可知具体人数是一个平方数, 而 $14 \times 14=196$ 而得.

$$9. \text{可由 } \frac{3x-21}{4x-30} = \frac{4}{5}, \text{ 解得 } x=15, \text{ 所以原分数为 } \frac{45}{60}.$$

10. 由这 20 个不等自然数的平均数是 15.5, 可知这 20 个自然数之和是 $15.5 \times 20 = 310$. 要想使最大的自然数尽可能大, 就要使其他 19 个自然数尽可能小, 而且还互不相等, 所以从 0 至 18 的和是 171, 那么最大的自然数是 $310 - 171 = 139$.

11. 甲乙两个水杯原有水的数量相同. 第一次将甲杯里水的 $\frac{1}{2}$ 倒入乙杯后, 乙杯中水的 $\frac{1}{3}$ 就相当于原来的 $\frac{1}{2}$, 等于从甲杯倒入的水量; 第二次又将乙杯水里的 $\frac{1}{3}$ 倒回甲杯, 这时甲乙两杯的水还是原来的数量. 同理, 倒了 30 次后, 两个杯中的水还相当于原有的数量. 所以倒了第 31 次后, 甲杯里的水剩有 $500 - \frac{500}{32} = \frac{3875}{8}$ 克.

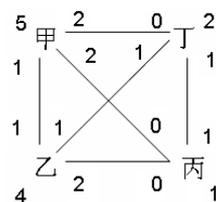
12. $270=2 \times 3^3 \times 5$, 奇数因数有 1,3,5,9,15,27,45,135 共 8 个, 因此分拆方法有 $8-1=7$ 种; 又 $270 \div 15=18$, 即

可以 $270 = 11 + 12 + 13 + 14 + \dots + 18 + \dots + 22 + 23 + 24 + 25$, 所以最多可以分成 15 个连续自然数之和.

13. 汽车往返要用 1 小时, 从学校到营部则要用 30 分钟. 假定汽车和营长在 A 地相遇, 汽车从出发到返回共用了 40 分钟, 则从学校到 A 地只用了 $40 \div 2 = 20$ 分钟, 那么汽车从 A 地到营部需要 $30 - 20 = 10$ 分钟. 营长从 1 点出发, 到 2:40 分到校共花了 100 分钟, 其中从 A 地乘车到学校用了 20 分钟, 说明他从营部到 A 地步行了 $100 - 20 = 80$ 分钟. 汽车与营长在同一段路程 (A 地到营部) 时, 它们的速度与时间成反比, 时间比为 $10:80 = 1:8$, 那么他们的速度比为 $8:1$, 即汽车速度是刘营长步行速度的 8 倍.

14. 长方形长为 πr , 宽为 r , 所以 $r \times (\pi + 1) = 28 \div 2$, $r = 3.5$, 长方形面积为: $3 \times 3.5 \times 3.5 = 36.75$.

15. 四名棋手应赛 $4 \times 3 \div 2 = 6$ 局, 应决出 $2 \times 6 = 12$ 分, 又各人总分不同, 且第一名不是全胜, 可知他们四人的得分只有 $5 + 4 + 2 + 1 = 12$ 或 $5 + 4 + 3 + 0 = 12$ 两种. 再由要使平局最多可以确定: 甲 5 分, 乙 4 分, 丙 2 分, 丁 1 分, 平局有 3 局. 具体见右图:



16. A 点只翻动两次, 每次经过的路程为半径为 3 厘米的圆周长的 $\frac{1}{3}$, 所以路线长为 $2 \times 3.14 \times 3 \times \frac{1}{3} \times 2 = 12.56$ (厘米).

17. 在四边形 $ABCD$ 中, 空白部分的面积是甲、乙、丙、丁面积之和的一半 20

(平方厘米), $29 - 20 = 9$ (平方厘米) 是阴影部分的面积, 加上甲、乙、丙、丁的面积就是大正方形 $EFGH$ 的面积: $9 + 40 = 49$ (平方厘米). 所以正方形 $EFGH$ 的边长为 7 厘米, 周长为 28 厘米, 则甲、乙、丙、丁四个长方形周长是正方形 $EFGH$ 周长的 2 倍, 即 56 厘米.

18. 由第一个图可知: $① + ② + ③ < ④ + ⑤ + ⑥ + ⑦$, (第一式)

由第二个图可知: $② + ⑥ + ⑧ > ① + ③ + ④ + ⑤$, (第二式)

由第三个图可知: $① + ③ + ⑧ < ② + ④ + ⑤$, (第三式)

观察第三式可得: ①、③、⑧不可能有 30 克的球; ②、④、⑤中一个必有超过 10 克的球,

观察第二式可得: ①、③、④、⑤均为 10 克 (因为如果其中有重 20 克的话, 则 $② + ⑥ + ⑧$ 最多与 $① + ③ + ④ + ⑤$ 相等, 第二个图将不成立, 与已知矛盾);

观察第一式可得: ①、②、③中没有 30 克的球 (否则第一个图所示状态将不成立);

综合以上, 可得: ②号球是 20 克, ①、③、⑧、④、⑤均为 10 克,

再观察第二式, 可得: ⑥号球是 30 克.

二. 解答题 (每小题 15 分, 共 30 分)

19. 把纸筒展开后, 变成一个长方形 (长是纸的长度, 宽是纸的厚度), 圆筒横截面 (圆环) 的面积就是长方形的面积, 所以长方形的长 (纸的长度) 等于圆环的面积除以纸的厚度.

--- 分析 5 分

所以总长度约为: $3.14 \times [(38 \div 2)^2 - (18 \div 2)^2] \div (0.5 \div 10) \div 100 = 175.84$ (米).

--- 答案 10 分

20. A, B, C 的总分是 $93 \times 3 = 279$ 分, B, C, D 的总分是 $94 \times 3 = 282$ 分,

E 第三名 95 分, 那么 D 至少是 97 分, 也可能是 98, 99, 100 分.

--- 5 分

当 D 第一名最少为 97 分时, B, C 总分 185 分, (B, C 分别为 92 分和 93 分), 这时, A 得 $279 - 185 = 94$ 分, 但 E 不是第三名, 不符合题目要求;

当 D 为 98 分时, A 95 分也不合题意;

--- 5 分

只有当 D 99 分时, A 得第二名 96 分, E 第三名 95 分, B, C 分别为 92 分 91 分, 才全部符合题意.

(当 D 是 100 分时, B, C 的和 182 分, B, C 都是 91 分或有一个低于 91 分, 都不符合题意)

综上所述, A 的得分为 96 分.

--- 5 分