2019年普通高等学校招生全国统一考试

数 学（文）（北京卷）

本试卷共5页，150分。考试时长120分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

第一部分（选择题 共40分）

一、选择题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

（1）已知集合*A*={*x*|–1<*x*<2}，*B*={*x*|*x*>1}，则*A*∪*B*=

（A）（–1，1） （B）（1，2） （C）（–1，+∞） （D）（1，+∞）

（2）已知复数*z*=2+i，则

（A） （B） （C）3 （D）5

（3）下列函数中，在区间（0，+）上单调递增的是

（A） （B）*y*= （C） （D）

（4）执行如图所示的程序框图，输出的*s*值为



（A）1 （B）2 （C）3 （D）4

（5）已知双曲线（*a*>0）的离心率是，则*a*=

（A） （B）4 （C）2 （D）

（6）设函数*f*（*x*）=cos*x*+*b*sin*x*（*b*为常数），则“*b*=0”是“*f*（*x*）为偶函数”的

（A）充分而不必要条件 （B）必要而不充分条件（C）充分必要条件 （D）既不充分也不必要条件

（7）在天文学中，天体的明暗程度可以用星等或亮度来描述．两颗星的星等与亮度满足，其中星等为的星的亮度为（*k*=1,2）．已知太阳的星等是–26.7，天狼星的星等是–1.45，则太阳与天狼星的亮度的比值为

（A）1010.1 （B）10.1 （C）lg10.1 （D）

（8）如图，*A*，*B*是半径为2的圆周上的定点，*P*为圆周上的动点，是锐角，大小为*β*.图中阴影区域的面积的最大值为



（A）4*β*+4cos*β* （B）4*β*+4sin*β* （C）2*β*+2cos*β* （D）2*β*+2sin*β*

第二部分（非选择题 共110分）

**二、填空题共6小题，每小题5分，共30分。**

（9）已知向量=（–4，3），=（6，*m*），且，则*m*=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

（10）若*x*，*y*满足 则的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_，最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

（11）设抛物线*y*2=4*x*的焦点为*F*，准线为*l*．则以*F*为圆心，且与*l*相切的圆的方程为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

（12）某几何体是由一个正方体去掉一个四棱柱所得，其三视图如图所示．如果网格纸上小正方形的边长为1，那么该几何体的体积为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．



（13）已知*l*，*m*是平面外的两条不同直线．给出下列三个论断：

①*l*⊥*m*；②*m*∥；③*l*⊥．

以其中的两个论断作为条件，余下的一个论断作为结论，写出一个正确的命题：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

（14）李明自主创业，在网上经营一家水果店，销售的水果中有草莓、京白梨、西瓜、桃，价格依次为60元/盒、65元/盒、80元/盒、90元/盒．为增加销量，李明对这四种水果进行促销：一次购买水果的总价达到120元，顾客就少付*x*元．每笔订单顾客网上支付成功后，李明会得到支付款的80%．

①当*x*=10时，顾客一次购买草莓和西瓜各1盒，需要支付\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_元；

②在促销活动中，为保证李明每笔订单得到的金额均不低于促销前总价的七折，则*x*的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**三、解答题共6小题，共80分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。**

（15）（本小题13分）

在△*ABC*中，*a*=3，，cos*B*=．

（Ⅰ）求*b*，*c*的值；

（Ⅱ）求sin（*B*+*C*）的值．

（16）（本小题13分）

设{*an*}是等差数列，*a*1=–10，且*a*2+10，*a*3+8，*a*4+6成等比数列．

（Ⅰ）求{*an*}的通项公式；

（Ⅱ）记{*an*}的前*n*项和为*Sn*，求*Sn*的最小值．

（17）（本小题12分）

改革开放以来，人们的支付方式发生了巨大转变．近年来，移动支付已成为主要支付方式之一．为了解某校学生上个月A，B两种移动支付方式的使用情况，从全校所有的1000名学生中随机抽取了100人，发现样本中A，B两种支付方式都不使用的有5人，样本中仅使用A和仅使用B的学生的支付金额分布情况如下：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 支付金额支付方式 | 不大于2 000元 | 大于2 000元 |
| 仅使用A | 27人 | 3人 |
| 仅使用B | 24人 | 1人 |

（Ⅰ）估计该校学生中上个月A，B两种支付方式都使用的人数；

（Ⅱ）从样本仅使用B的学生中随机抽取1人，求该学生上个月支付金额大于2 000元的概率；

（Ⅲ）已知上个月样本学生的支付方式在本月没有变化．现从样本仅使用B的学生中随机抽查1人，发现他本月的支付金额大于2 000元．结合（Ⅱ）的结果，能否认为样本仅使用B的学生中本月支付金额大于2 000元的人数有变化？说明理由．

（18）（本小题14分）

如图，在四棱锥中，平面*ABCD*，底部*ABCD*为菱形，*E*为*CD*的中点．

（Ⅰ）求证：*BD*⊥平面*PAC*；

（Ⅱ）若∠*ABC*=60°，求证：平面*PAB*⊥平面*PAE*；

（Ⅲ）棱*PB*上是否存在点*F*，使得*CF*∥平面*PAE*？说明理由．



（19）（本小题14分）

已知椭圆的右焦点为，且经过点．

（Ⅰ）求椭圆*C*的方程；

（Ⅱ）设*O*为原点，直线与椭圆*C*交于两个不同点*P*，*Q*，直线*AP*与*x*轴交于点*M*，直线*AQ*与*x*轴交于点*N*，若|*OM*|·|*ON*|=2，求证：直线*l*经过定点．

（20）（本小题14分）

已知函数．

（Ⅰ）求曲线的斜率为1的切线方程；

（Ⅱ）当时，求证：；

（Ⅲ）设，记在区间上的最大值为*M*（*a*），当*M*（*a*）最小时，求*a*的值．

**2019年普通高等学校招生全国统一考试**

**数学（文）（北京卷）参考答案**

一、选择题（共8小题，每小题5分，共40分）

（1）C （2）D （3）A （4）B

（5）D （6）C （7）A （8）B

二、填空题（共6小题，每小题5分，共30分）

（9）8 （10）–3 1

（11） （12）40

（13）若，则．（答案不唯一）

（14）130 15

三、解答题（共6小题，共80分）

（15）（共13分）

解：（Ⅰ）由余弦定理，得

．

因为，

所以．

解得．

所以．

（Ⅱ）由得．

由正弦定理得．

在中，．

所以．

（16）（共13分）

解：（Ⅰ）设的公差为．

因为，

所以．

因为成等比数列，

所以．

所以．

解得．

所以．

（Ⅱ）由（Ⅰ）知，．

所以，当时，；当时，．

所以，的最小值为．

（17）（共12分）

解：（Ⅰ）由题知，样本中仅使用A的学生有27+3=30人，仅使用B的学生有24+1=25人，

A，B两种支付方式都不使用的学生有5人．

故样本中A，B两种支付方式都使用的学生有100–30–25–5=40人．

估计该校学生中上个月A，B两种支付方式都使用的人数为．

（Ⅱ）记事件*C*为“从样本仅使用B的学生中随机抽取1人，该学生上个月的支付金额大于2 000元”，则．

（Ⅲ）记事件*E*为“从样本仅使用B的学生中随机抽查1人，该学生本月的支付金额大于2 000元”．

假设样本仅使用B的学生中，本月支付金额大于2 000元的人数没有变化，则由（II）知，=0.04．

答案示例1：可以认为有变化．理由如下：

比较小，概率比较小的事件一般不容易发生，一旦发生，就有理由认为本月支付金额大于2 000元的人数发生了变化．所以可以认为有变化．

答案示例2：无法确定有没有变化．理由如下：

事件*E*是随机事件，比较小，一般不容易发生，但还是有可能发生的．所以无法确定有没有变化．

（18）（共14分）

解：（Ⅰ）因为平面*ABCD*，

所以．

又因为底面*ABCD*为菱形，

所以．

所以平面*PAC*．



（Ⅱ）因为*PA*⊥平面*ABCD*，平面*ABCD*，

所以*PA*⊥*AE*．

因为底面*ABCD*为菱形，∠*ABC*=60°，且*E*为*CD*的中点，

所以*AE*⊥*CD*．

所以*AB*⊥*AE*．

所以*AE*⊥平面*PAB*．

所以平面*PAB*⊥平面*PAE*．

（Ⅲ）棱*PB*上存在点*F*，使得*CF*∥平面*PAE*．

取*F*为*PB*的中点，取*G*为*PA*的中点，连结*CF*，*FG*，*EG*．

则*FG*∥*AB*，且*FG*=*AB*．

因为底面*ABCD*为菱形，且*E*为*CD*的中点，

所以*CE*∥*AB*，且*CE*=*AB*．

所以*FG*∥*CE*，且*FG*=*CE*．

所以四边形*CEGF*为平行四边形．

所以*CF*∥*EG*．

因为*CF*平面*PAE*，*EG*平面*PAE*，

所以*CF*∥平面*PAE*．

（19）（共14分）

解：（I）由题意得，*b*2=1，*c*=1．

所以*a*2=*b*2+*c*2=2．

所以椭圆*C*的方程为．

（Ⅱ）设*P*（*x*1，*y*1），*Q*（*x*2，*y*2），

则直线*AP*的方程为．

令*y*=0，得点*M*的横坐标．

又，从而．

同理，．

由得．

则，．

所以





．

又，

所以．

解得*t*=0，所以直线*l*经过定点（0，0）．

（20）（共14分）

解：（Ⅰ）由得．

令，即，得或．

又，，

所以曲线的斜率为1的切线方程是与，

即与．

（Ⅱ）令．

由得．

令得或．

的情况如下：

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

所以的最小值为，最大值为．

故，即．

（Ⅲ）由（Ⅱ）知，

当时，；

当时，；

当时，．

综上，当最小时，．