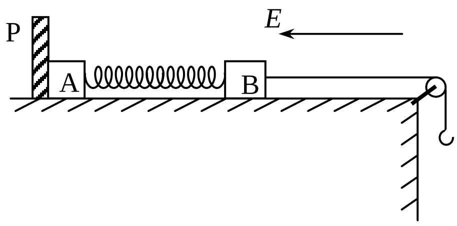
物理奥林匹克竞赛训练(3)

1、在光滑的水平面上，有一个长为 L 的木板 C，C 的两端各有一竖直的挡板，在木板 C 的中央处有两个长度均为 d 的物体 A 和 B，A 的质量为 m_A，在 A、B 之间安放微量炸药，并控制炸药爆炸只对 A、B 产生沿木板 C 方向的水平冲力。开始 A、B、C 都静止，A、B、C 的质量之比为 m_A∶m_B∶m_C=1∶4∶9，A、B 与 C 之间摩擦不计。炸药爆炸产生能量为 E，其中一半转化为 A、B 的动能。A、B 与 C 两端的挡板碰撞后便与 C 连成一体。求（1）炸药爆炸使 A、C 相碰后 C 的速度；（2）从 A、C 相碰后到 B、C 相碰的时间内 C 的位移。

2. 如图所示，挡板 P 固定在足够高的水平桌面上，小物块 A 和 B 大小可忽略，它们分别带有 $+Q_A$ 和 $+Q_B$ 的电荷量，质量分别为 m_A 和 m_B。两物块由绝缘的轻弹簧相连，一不可伸长的轻绳跨过滑轮，一端与 B 连接，另一端连接一轻质小钩。整个装置处于场强为 E、方向水平向左的匀强电场中。A、B 开始时静止，已知弹簧的劲度系数为 k，不计一切摩擦及 A、B 间的库仑力，A、B 所带电荷量保持不变，B 不会碰到滑轮。

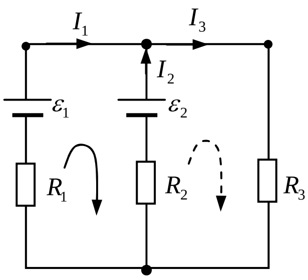


(1) 若在小钩上挂一质量为 M 的物块 C 并由静止释放，可使物块 A 恰好能离开挡板 P，求物块 C 下落的最大距离；

(2) 若 C 的质量改为 $2M$，则当 A 刚离开挡板 P 时，B 的速度多大？

3．单行道上，有一支乐队，沿同一个方向前进，乐队后面有一坐在车上的旅行者向他们靠近。此时，乐队正在奏出频率为 440HZ 的音调。在乐队前的街上有一固定话筒作现场转播。旅行者从车上的收音机收听演奏，发现从前面乐队直接听到的声音和从广播听到的声音混合后产生拍，并测出三秒钟有四拍，车速为 18km/h，求乐队前进速度。（声速=330m/s）。

4、如图所示电路中，已知 $\varepsilon_1=32V$，$\varepsilon_2=24V, R_1=5\Omega, R_2=6\Omega, R_3=54\Omega,$ 求各支路的电流。



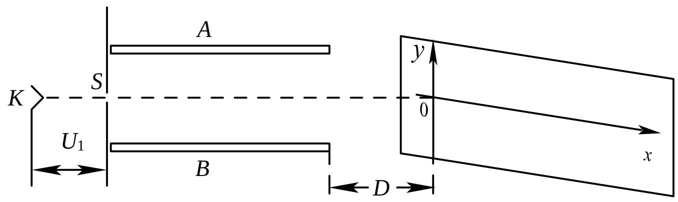
5、某空调器按可逆卡诺循环运转，其中的作功装置连续工作时所提供的功率P_0。(1)夏天室外温度恒为T_1，启动空调器连续工作，最后可将室温降至恒定的T_2。室外通过热传导在单位时间内向室内传输的热量正比于(T_1-T_2)(牛顿冷切定律)，比例系数 A。试用T_1，P_0和 A 来表示T_2(2)当室外温度为 30℃时，若这台空调只有30%的时间处于工作状态，室温可维持在 20℃。试问室外温度最高为多少时，用此空调器仍可使室温维持在 20℃。(3)冬天，可将空调器吸热、放热反向。试问室外温度最低为多少时，用此空调器可使室温维持在 20℃。

6．示波器是一种多功能电学仪器，可以在荧光屏上显示出被检测的电压波形。它的工作原理等效成下列情况：如图甲所示，真空室中电极 K 发出电子（初速不计），经过电压为 U_1 的加速电场后，由小孔 S 沿水平金属板 A、B 间的中心线射入板中。板长 L，相距为 d，在两板间加上如图乙所示的正弦交变电压，前半个周期内 B 板的电势高于 A 板的电势，电场全部集中在两板之间，且分布均匀。在每个电子通过极板的极短时间内，电场视作恒定的。在两极板右侧且与极板右侧相距 D 处有一个与两板中心线垂直的荧光屏，中心线正好与屏上坐标原点相交。当第一个电子到达坐标原点 O 时，使屏以速度 v 沿 $-x$ 方向运动，每经过一定的时间后，在一个极短时间内它又跳回初始位置，然后重新做同样的匀速运动。（已知电子的质量为 m，带电量为 e，不计电子的重力）求：

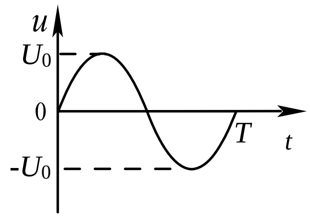
（1）电子进入 AB 板时的初速度；

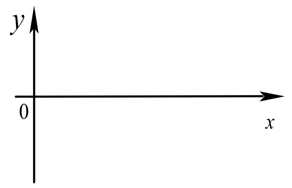
（2）要使所有的电子都能打在荧光屏上，图乙中电压的最大值 U_0 需满足什么条件？

（3）要使荧光屏上始终显示一个完整的波形，荧光屏必须每隔多长时间回到初始位置？计算这个波形的峰值和长度。在图丙所示的 $x-y$ 坐标系中画出这个波形。



甲

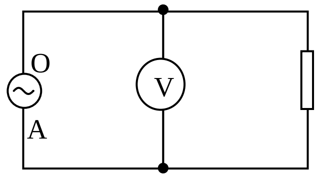


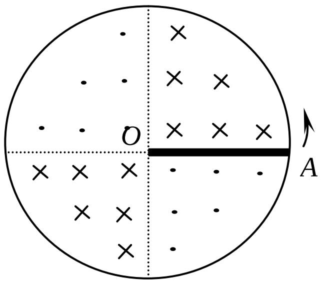


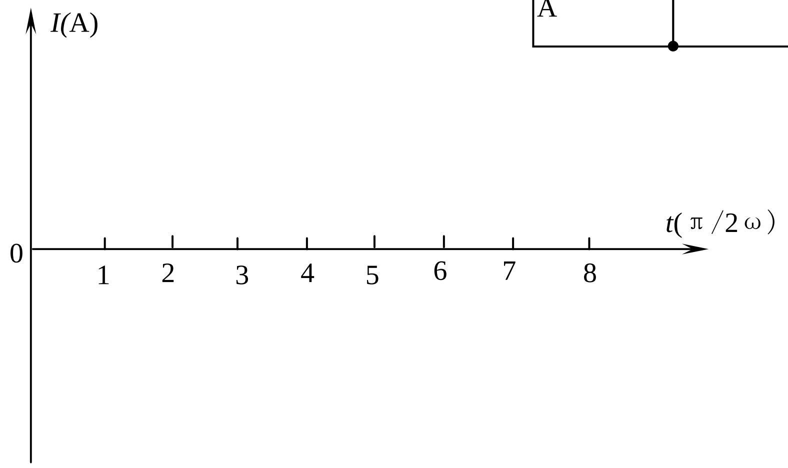
7．在金属圆环内部关于圆心 O 对称的四个区域内存在与环面垂直的匀强磁场，其中垂直环面向里的磁场磁感应强度为 B，垂直环面向外的磁场磁感应强度为 $2B$，环的半径为 L，一根长也为 L、电阻为 r 的金属棒一端连在 O 点，另一端连在环上，绕 O 点以角速度 ω 在环面内作逆时针旋转，若将 O 点和环上一点 A 接入如图的电路中，图中电阻阻值为 R，电压表为理想表，环中电阻不计。求：

⑴画出金属棒中的电流（以金属棒中从 O 流向 A 为正方向）

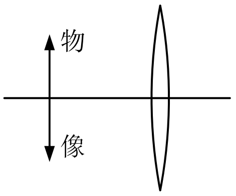
⑵电压表的读数是多少？







8、如图所示，一个双凸薄透镜的两个球面的曲率半径均为 r，透镜的折射率为 n，考察由透镜后表面反射所形成的实像。试问物放于何处，可使反射像与物位于同一竖直平面内（不考虑多重反射）。



参考答案:

1 解:（1）A、B 物理系统水平方向动量守恒 $m_Av_A-m_Bv_B=0$ ①

又由能量关系 $\frac{1}{2}m_Av_A^2+\frac{1}{2}m_Bv_B^2=\frac{1}{2}E$ ②

解①②得 $v_A=\sqrt{4E/5m_A}$， $v_B=\frac{1}{4}\sqrt{4E/5m_A}$

再考察 A、C 物体系统，水平方向动量守恒 $m_Av_A=(m_A+m_C)v_C$

$$v_C=m_Av_A/(m_A+m_C)=v_A/10=\frac{1}{10}\sqrt{4E/5m_A}$$

（2）自 A、B 分离到 A、C 相碰历时 $t_1=\left(\frac{L}{2}-d\right)/v_A=(L-2d)/2v_A$

时间 t_1 内 B 向右的位移 $s_B=v_Bt_1=(l-2d)/8$

A、C 相碰时，B 与 C 右端的距离 $\Delta L=\frac{L}{2}-d-s_B=3(L-2d)/8$

设从 A、C 相碰到 B、C 相碰的时间为 t_2 ，则 $t_2=\Delta L/(v_A+v_C)=15(L-2d)/14v_A$

故 t_2 内 C 的位移 $s_C=v_Ct_2=3(L-2d)/28$

2.（1）开始平衡时有：$kx_1=EQ_B$　　可得 $x_1=\frac{EQ_B}{K}$　　当 A 刚离开档板时：$kx_2=EQ_A$　　可得 $x_2=\frac{EQ_A}{K}$

故 C 下落的最大距离为：$h=x_1+x_2$　　由以上各式可解得 $h=\frac{E}{K}(Q_B+Q_A)$

（2）由能量守恒定律可知：C 下落 h 过程中，C 重力势能的的减少量等于 B 的电势能的增量和弹簧弹性势能的增量、系统动能的增量之和

当 C 的质量为 M 时：$Mgh=Q_BE\cdot h+\Delta E_{弹}$

当 C 的质量为 $2M$ 时：$2Mgh=Q_BEh+\Delta E_{弹}+\frac{1}{2}(2M+m_B)V^2$

由④～⑥式可解得 A 刚离开 P 时 B 的速度为：$V=\sqrt{\frac{2MgE(Q_A+Q_B)}{K(2M+m_B)}}$

3．解：先考虑车上听到的频率，连续两次应用多普勒效应，有

$f_1=\frac{c}{c+v_{乐}}\cdot f_0$　　$f_2=(1+\frac{v_{车}}{c})\cdot f_1$（$f_2$ 为旅行者听到乐队的频率）得　$f_2=\frac{c+v_{车}}{c+v_{乐}}\cdot f_0$

收音机得到频率为

$f_3 = \dfrac{c}{c - v_{乐}} \cdot f_0$ 旅行者听到广播频率为 $f_4 = \dfrac{c + v_{车}}{c} \cdot f_3$

又拍频为 $f_4 - f_3 = \frac{4}{3}HZ$ 综上得：$v_{乐}$=2.98m/s

4．**解：** 规定 I_1、I_2、I_3 正方向如图所示，则有 $I_1 + I_2 - I_3 = 0$

两个独立回路，有

$$-\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - I_2R_2 + I_1R_1 = 0 \qquad -\varepsilon_2 + I_2R_2 + I_3R_3 = 0$$

联解方程得：$I_1 = 1A，I_2 = -0.A, I_3 = 0.5A$

I_2＜0，说明 I_2 实际电流方向与图中所假定电流方向相反。

5．**分析：**夏天，空调机为制冷机，作逆向卡诺循环，从室内吸热，向室外放热，对工作物质作功。为保持室温恒定，空调器从室内吸热等于室外向室内通过热传导传输的热量。冬天刚好相反，空调器为热机，作顺向卡诺循环，从室外吸热，向室内放热。为保持室温恒定，空调器向室内的放热应等于室内向室外通过热传导传输的热量。

解：(1)夏天，空调器为制冷机，单位时间从室内吸热 Q_2，向室外放热 Q_1，空调器的平均功率为 P，则 $Q_1 = Q_2 + P$。对可逆卡诺循环，则有 $\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}$， $Q_2 = \frac{T_2}{T_1 - T_2}P$ 。

通过热传导传热 $Q = A(T_1 - T_2)$，由 $Q = Q_2$ 得 $T_1 - T_2 = \sqrt{\frac{P}{A} \cdot T_2}$

$$T_2 = T_1 + \frac{1}{2}\left[\frac{P}{A} - \sqrt{(\frac{P}{A})^2 + \frac{4PT_1}{A}}\right]$$

因空调器连续工作，式中 $P = P_0$， $T_2 = T_1 + \frac{1}{2}\left[\frac{P_0}{A} - \sqrt{(\frac{P_0}{A})^2 + \frac{4P_0T_1}{A}}\right]$

(2) $T_1 = 293K$， $P = 0.3P_0$， $T_1 = 303K$，而所求的是 $P = P_0$ 时对应的 T_1 值，记为 $T_{1\max}$，则 $T_1 - T_2 = \sqrt{\frac{0.3P_0}{A} \cdot T_2}$ $T_{1\max} - T_2 = \sqrt{\frac{P_0}{A} \cdot T_2}$

解得 $T_{1\max} = T_2 + \sqrt{0.3}(T_1 - T_2) = 311.26K = 38.26^\circ C$。(3)冬天，空调器为热机，单位时间从室外吸热 Q_1'，向室内放热 Q_2'，空调器连续工作，功率为 P_0，有

$Q_2' = Q_1' + P_0$， $\frac{Q_1'}{T_1'} = \frac{Q_2'}{T_2'}$，由热平衡方程得：

$$A = (T_2 - T_1') = \frac{T_2}{T_2 - T_1} \cdot P_0$$

$$T_1' = T_2 - \sqrt{\frac{P_0}{A} \cdot T_2} = T_2 - (T_{1\max} - T_2) = 2T_2 - T_{1\max} = 274.74K = 1.74^\circ C$$

若空调器连续工作，则当冬天室外温度最低为 1.74℃，仍可使室内维持在 20℃。

6．解析：（1）电子在加速电场中运动，根据动能定理，有 $eU_1 = \frac{1}{2}mv_1^2$ ∴

$v_1 = \sqrt{\frac{2eU_1}{m}}$ ①

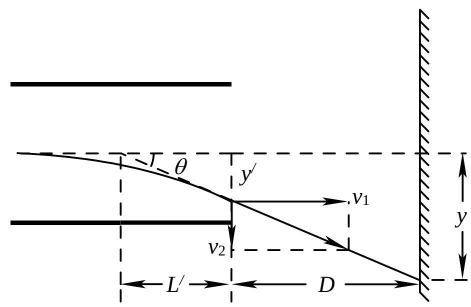
（2）因为每个电子在板 A、B 间运动时，电场均匀、恒定，故电子在板 A、B 间做类平抛运动，在两板之外做匀速直线运动打在屏上。在板 A、B 间沿水平方向运动时，有 $L = v_1 t$

竖直方向，有 $y' = \frac{1}{2}at^2$ 所以 $y' = \frac{eUL^2}{2mdv_1^2}$ ②

只要偏转电压最大时的电子能飞出极板打在屏上，则所有电子都能打屏上。所以

$y_m' = \frac{eU_0L^2}{2mdv_1^2} < \frac{d}{2}$ ， $U_0 < \frac{2d^2U_1}{L^2}$

③



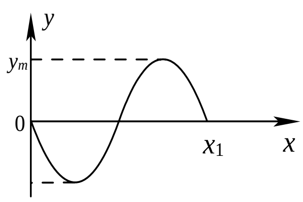
（3）要保持一个完整波形，荧光屏必须需每隔周期 T，回到初始位置。

设某个电子运动轨迹如图所示，有 $\tan\theta = \frac{v_\perp}{v_1} = \frac{eUL}{mdv_1^2} = \frac{y'}{L'}$ ④

又知 $y' = \frac{eUL}{2mdv_1^2}$， 联立得 $L' = \frac{L}{2}$ ⑤

由相似三角形的性质，得 $\frac{\frac{L}{2} + D}{\frac{L}{2}} = \frac{y}{y'}$ ⑥ 则 $y = \frac{(L+2D)LU}{4dU_1}$ ⑦峰值为

$y_m = \frac{(L+2D)LU_0}{4dU_1}$ ⑧ 波形长度为 $x_1 = vT$ ⑨ 波形如下图所示。



7．⑴在向里的磁场中运动时， $\varepsilon_1=\frac{1}{2}Bl^2w$ $I_1=\frac{\varepsilon_1}{R+r}=\frac{Bl^2w}{2(R+r)}$

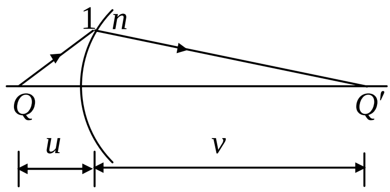
在向外的磁场中运动时， $\varepsilon_2=Bl^2w$ $I_2=\frac{\varepsilon_2}{R+r}=\frac{Bl^2w}{R+r}$

⑵交流电有效值为： $\frac{(\frac{1}{2}Bl^2w)^2}{R+r}\times 1+\frac{(Bl^2w)^2}{R+r}\times 1=\frac{u^2}{R+r}\times 2$ ∴ $u=\frac{\sqrt{10}}{4}Bl^2w$

∴电压表读数 $u'=\frac{R}{R+r}u=\frac{\sqrt{10}Bl^2wR}{4(R+r)}$

8．**解：** 从物点发出的光经透镜前表面（即左表面）反射后形成虚像，不合题意，无须考虑。

从物点发出的光经透镜前表面折射后，再经透镜后表面反射折回，又经前表面折射共三次成像，最后是实像，符合题意。利用球面折射成像公式和球面反射成像公式，结合物与像共面的要求。就可求解。



球面反射的成像公式为： $\frac{1}{u}+\frac{1}{v}=\frac{1}{f}$，其中反射面的焦距为 $f=\frac{R}{2}$（R 为球面半径），对凹面镜，f 取正值，对凸面镜，f 取负值。

球面折射的成像公式为： $\frac{n_1}{u}+\frac{n_2}{v}=(n_1-n_2)\frac{1}{R}$。当入射光从顶点射向球心时，$R$ 取正值，当入射光从球心射向顶点时，R 取负值。

如图 1-4-11 甲所示，当物点 Q 发出的光经透镜前表面折射后成像于 Q'，设物距为 u，像距为 v，根据球面折射成像公式： $\frac{n_1}{u}+\frac{n_2}{v}=(n_1-n_2)\frac{1}{R}$

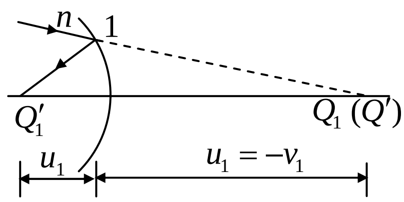


图 1-4-11 乙

这里空气的折射率 $n_1=1$，透镜介质的折射率 $n_2=n$，入射光从顶点射向球心，$R=r$ 取正值，所以有

$$\frac{1}{u}+\frac{n}{v}=\frac{n-1}{r}$$

（1） 这是第一次成像。

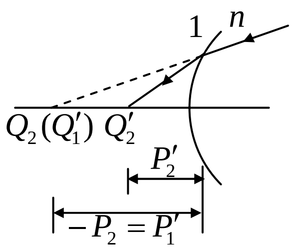


图 1-4-11 丙

对凸透镜的后表面来说，物点 Q 经透镜前表面折射所成的风点 Q' 是它的物点，其物距 $u_1=-v$（是虚物），经透镜后表面反射后成像于 Q_1'，像距为 $-v_1$（如图 1-4-11 乙所示），由球面反射成像公式 $\frac{1}{u_1}+\frac{1}{v_1}=\frac{1}{f_2}=\frac{2}{r}$

将前面数据代入得 $-\frac{1}{v}+\frac{1}{v_1}=\frac{2}{r}$ 这是第二次成像。

由透镜后表面反射成的像点 Q_1' 又作为透镜前表面折射成像的物点 Q_2，其物距 $u_2=-v_1$（是虚物），

再经过透镜前表面折射成像于 Q_2'，像距为 v_2，（见图 1-4-11 丙所示），再由球面折射成像公式

$$\frac{n_1}{u}+\frac{n_2}{v}=(n_1-n_2)\frac{1}{R}$$ 这时入射光一侧折射率 ，折射光一侧折射率（是空气），入射光由球心射向顶点，故 R 值取负值。所以可写出 $$\frac{n}{u_2}+\frac{1}{v_2}=(1-n)\frac{1}{-r}$$

代入前面得到的关系可得 $$-\frac{n}{u_1}+\frac{1}{v_2}=\frac{n-1}{r}$$ 这是第三次成像，由（1）、（2）两式可解得

$$\frac{1}{u}+\frac{n}{v_1}=\frac{3n-1}{r}$$

再把（4）式和（3）式相加，可得 $$\frac{1}{u}+\frac{1}{v_2}\quad\frac{(2n-1)}{r}$$

为使物点 Q 与像点 Q_2' 在同一竖直平面内，这就要求 $u_2=-v_1$

代入（5）是可解得物距为 $$u=\frac{r}{2n-1}$$