

2020 年北京市高级中等学校招生考试

数 学 试 卷

姓名 _____ 准考证号 考场号 座位号

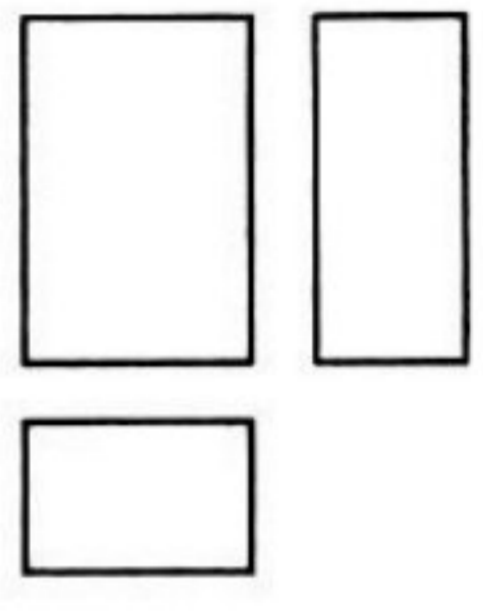
考 生 须 知	1. 本试卷共 7 页，共三道大题，28 道小题。满分 100 分。考试时间 120 分钟。 2. 在试卷和草稿纸上准确填写姓名、准考证号、考场号和座位号。 3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。 4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。 5. 考试结束，将本试卷、答案卡和草稿纸一并交回。
----------------------------	--

一、选择题(本题共 16 分，每小题 2 分)

第 1 - 8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 右图是某几何体的三视图，该几何体是

- (A) 圆柱
- (B) 圆锥
- (C) 三棱柱
- (D) 长方体



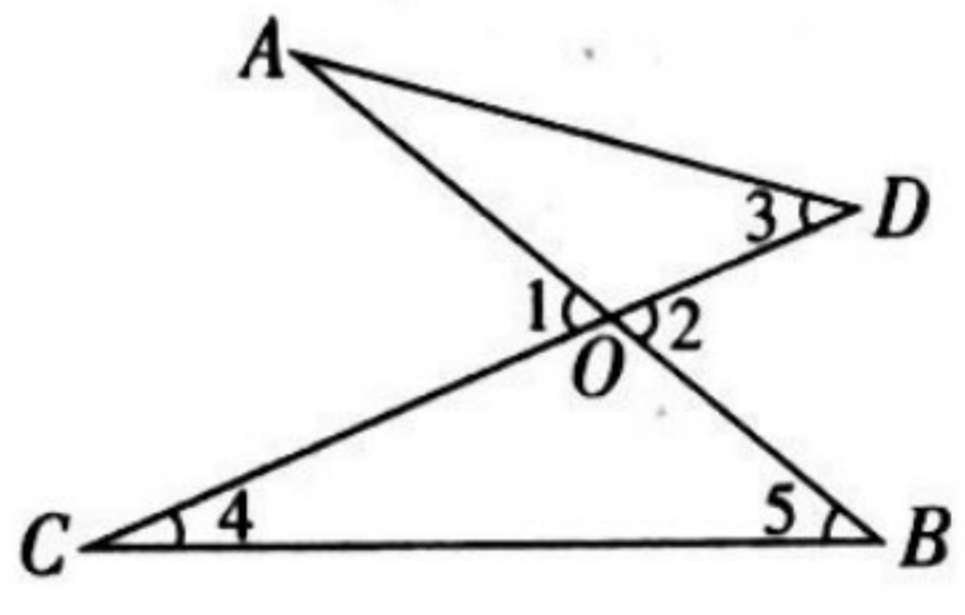
2. 2020 年 6 月 23 日，北斗三号最后一颗全球组网卫星从西昌卫星发射中心发射

升空，6 月 30 日成功定点于距离地球 36 000 公里的地球同步轨道。将 36 000 用科学记数法表示应为

- (A) 0.36×10^5
- (B) 3.6×10^5
- (C) 3.6×10^4
- (D) 36×10^3

3. 如图，AB 和 CD 相交于点 O，则下列结论正确的是

- (A) $\angle 1 = \angle 2$
- (B) $\angle 2 = \angle 3$
- (C) $\angle 1 > \angle 4 + \angle 5$
- (D) $\angle 2 < \angle 5$



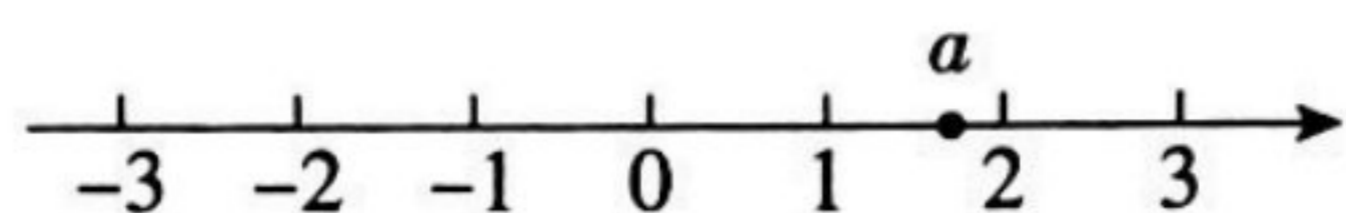
4. 下列图形中，既是中心对称图形也是轴对称图形的是

- (A)
- (B)
- (C)
- (D)

5. 正五边形的外角和为

- (A) 180° (B) 360° (C) 540° (D) 720°

6. 实数 a 在数轴上的对应点的位置如图所示. 若实数 b 满足 $-a < b < a$, 则 b 的值可以是



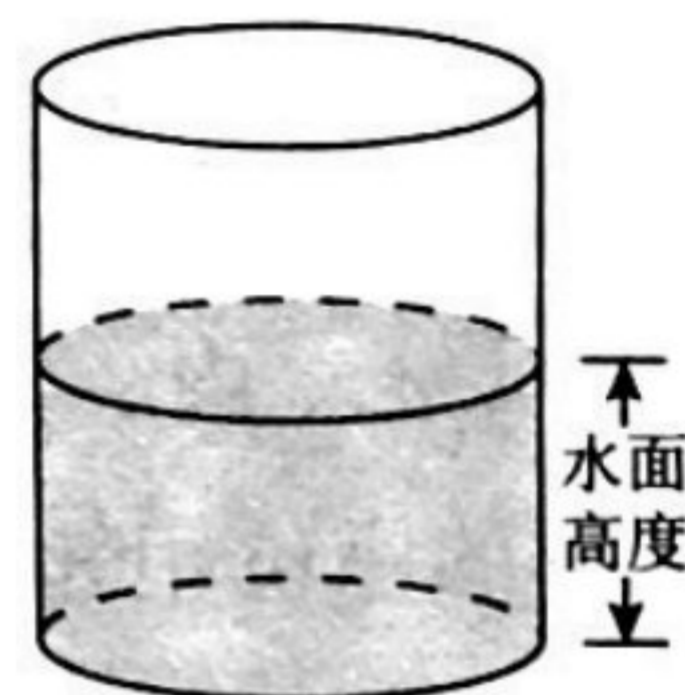
- (A) 2 (B) -1 (C) -2 (D) -3

7. 不透明的袋子中有两个小球, 上面分别写着数字“1”, “2”, 除数字外两个小球无其他差别. 从中随机摸出一个小球, 记录其数字, 放回并摇匀, 再从中随机摸出一个小球, 记录其数字, 那么两次记录的数字之和为 3 的概率是

- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{2}{3}$

8. 有一个装有水的容器, 如图所示. 容器内的水面高度是 10 cm, 现向容器内注水, 并同时开始计时. 在注水过程中, 水面高度以每秒 0.2 cm 的速度匀速增加, 则容器注满水之前, 容器内的水面高度与对应的注水时间满足的函数关系是

- (A) 正比例函数关系 (B) 一次函数关系
(C) 二次函数关系 (D) 反比例函数关系



二、填空题(本题共 16 分, 每小题 2 分)

9. 若代数式 $\frac{1}{x-7}$ 有意义, 则实数 x 的取值范围是_____.

10. 已知关于 x 的方程 $x^2 + 2x + k = 0$ 有两个相等的实数根, 则 k 的值是_____.

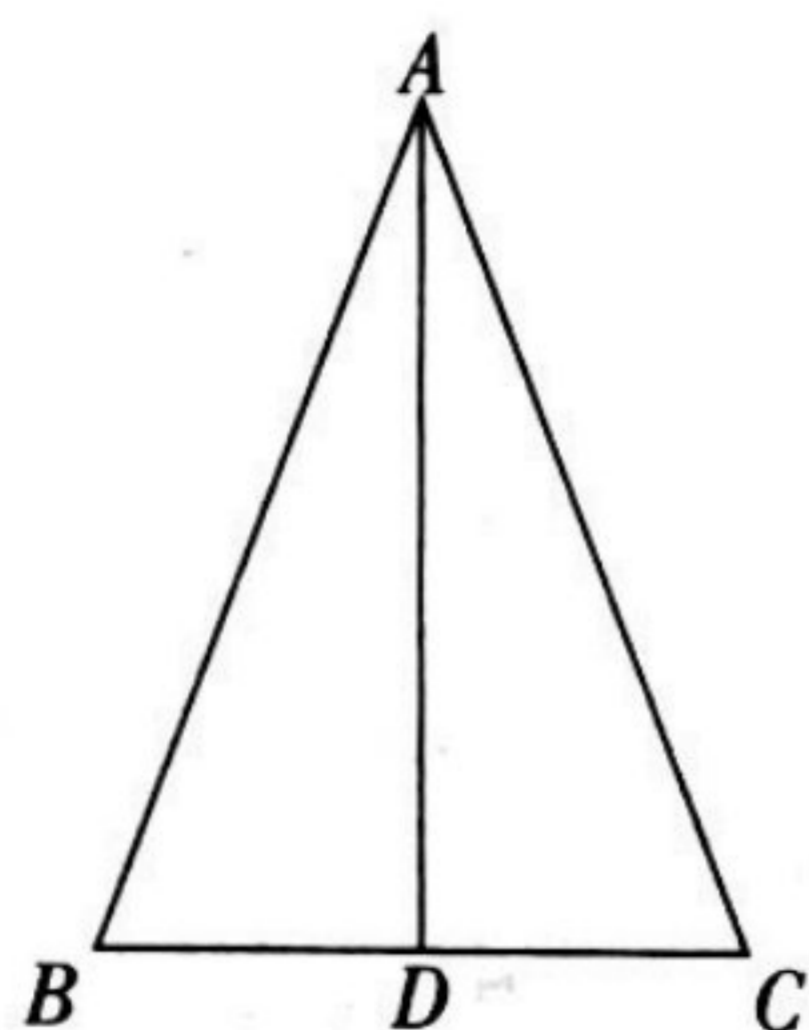
11. 写出一个比 $\sqrt{2}$ 大且比 $\sqrt{15}$ 小的整数_____.

12. 方程组 $\begin{cases} x - y = 1, \\ 3x + y = 7 \end{cases}$ 的解为_____.

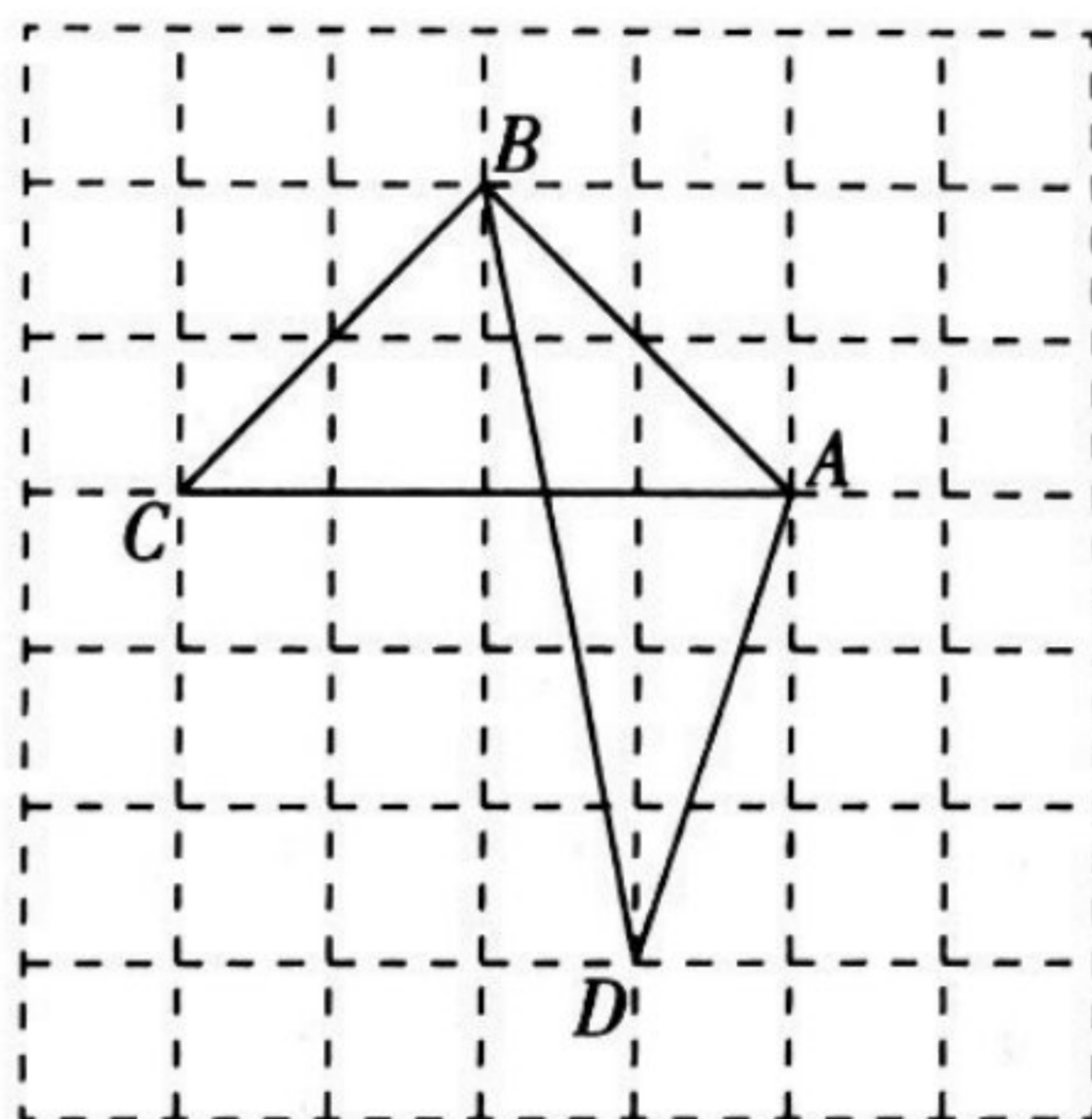
13. 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $y = x$ 与双曲线 $y = \frac{m}{x}$ 交于 A, B 两点. 若点 A, B 的

纵坐标分别为 y_1, y_2 , 则 $y_1 + y_2$ 的值为_____.

14. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 点 D 在 BC 上(不与点 B, C 重合). 只需添加一个条件即可证明 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$, 这个条件可以是_____ (写出一个即可).

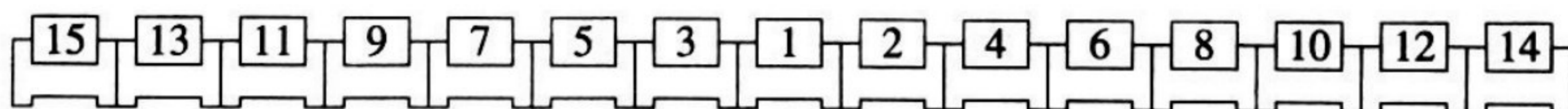
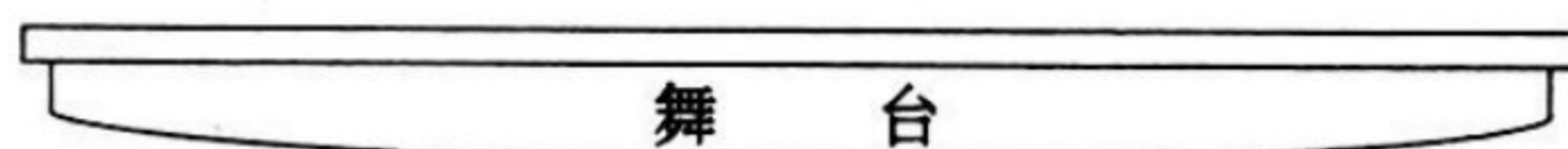


第14题图



第15题图

15. 如图所示的网格是正方形网格, A, B, C, D 是网格线交点, 则 $\triangle ABC$ 的面积与 $\triangle ABD$ 的面积的大小关系为: $S_{\triangle ABC}$ _____ $S_{\triangle ABD}$ (填“ $>$ ”, “ $=$ ”或“ $<$ ”).
16. 下图是某剧场第一排座位分布图.



甲、乙、丙、丁四人购票, 所购票数分别为 2, 3, 4, 5. 每人选座购票时, 只购买第一排的座位相邻的票, 同时使自己所选的座位号之和最小. 如果按“甲、乙、丙、丁”的先后顺序购票, 那么甲购买 1, 2 号座位的票, 乙购买 3, 5, 7 号座位的票, 丙选座购票后, 丁无法购买到第一排座位的票. 若丙第一个购票, 要使其他三人都能购买到第一排座位的票, 写出一种满足条件的购票的先后顺序_____.

- 三、解答题(本题共 68 分, 第 17 - 20 题, 每小题 5 分, 第 21 题 6 分, 第 22 题 5 分, 第 23 - 24 题, 每小题 6 分, 第 25 题 5 分, 第 26 题 6 分, 第 27 - 28 题, 每小题 7 分)
解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算: $(\frac{1}{3})^{-1} + \sqrt{18} + |-2| - 6\sin 45^\circ$.

18. 解不等式组:
$$\begin{cases} 5x - 3 > 2x, \\ \frac{2x - 1}{3} < \frac{x}{2}. \end{cases}$$

19. 已知 $5x^2 - x - 1 = 0$, 求代数式 $(3x + 2)(3x - 2) + x(x - 2)$ 的值.

20. 已知：如图， $\triangle ABC$ 为锐角三角形， $AB = AC$ ， $CD \parallel AB$ 。

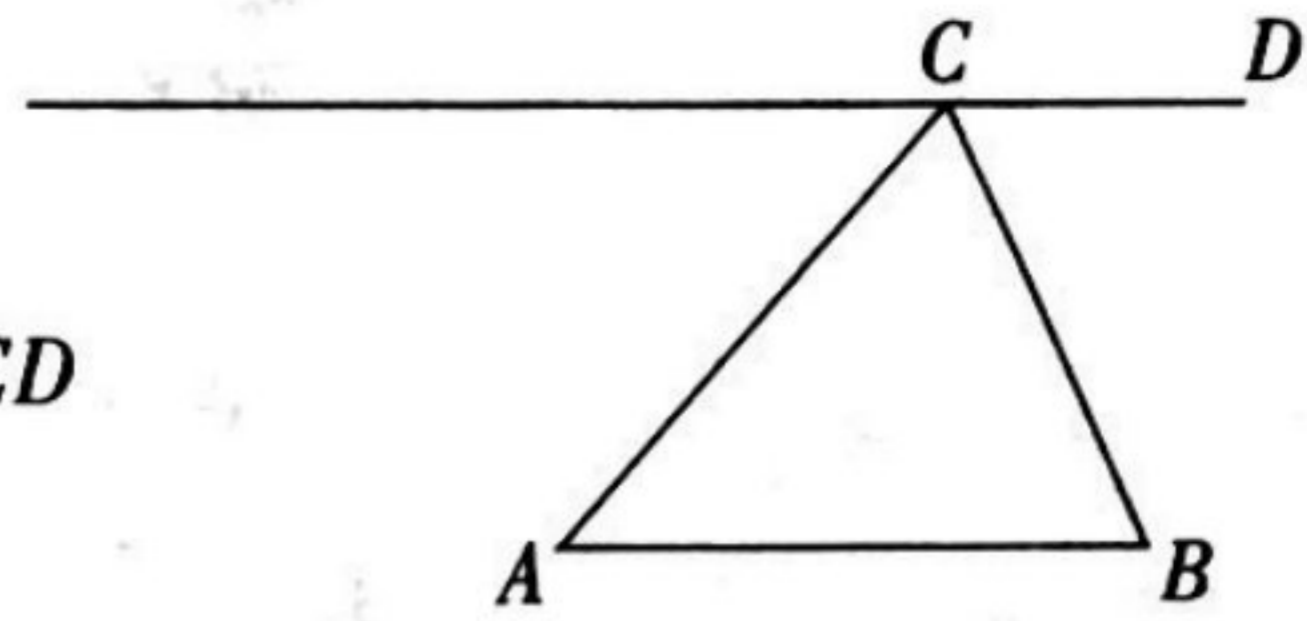
求作：线段 BP ，使得点 P 在直线 CD 上，

$$\text{且 } \angle ABP = \frac{1}{2} \angle BAC.$$

作法：① 以点 A 为圆心， AC 长为半径画圆，交直线 CD 于 C, P 两点；

② 连接 BP 。

线段 BP 就是所求作的线段。



(1) 使用直尺和圆规，依作法补全图形(保留作图痕迹)；

(2) 完成下面的证明。

证明： $\because CD \parallel AB$,

$$\therefore \angle ABP = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$\because AB = AC$,

\therefore 点 B 在 $\odot A$ 上。

又 \because 点 C, P 都在 $\odot A$ 上，

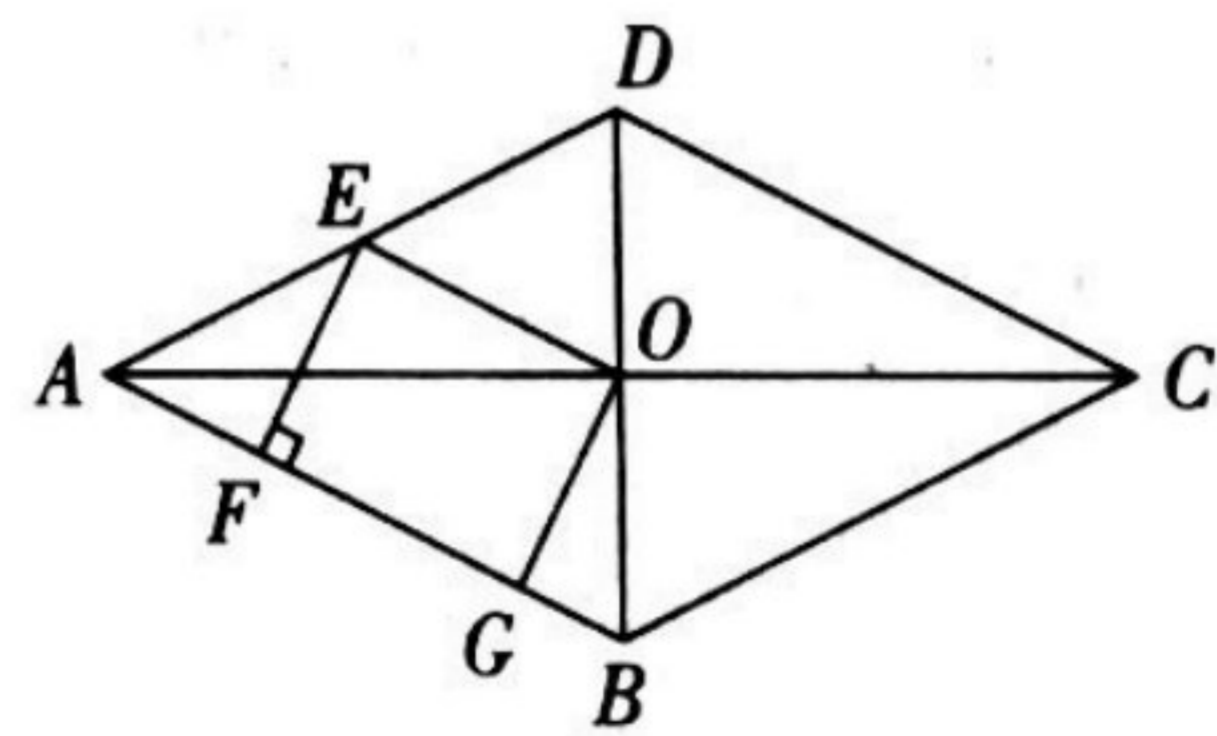
$$\therefore \angle BPC = \frac{1}{2} \angle BAC (\underline{\hspace{2cm}}) (\text{填推理的依据}).$$

$$\therefore \angle ABP = \frac{1}{2} \angle BAC.$$

21. 如图，菱形 $ABCD$ 的对角线 AC, BD 相交于点 O ， E 是 AD 的中点，点 F, G 在 AB 上， $EF \perp AB$ ， $OG \parallel EF$ 。

(1) 求证：四边形 $OEFG$ 是矩形；

(2) 若 $AD = 10$ ， $EF = 4$ ，求 OE 和 BG 的长。

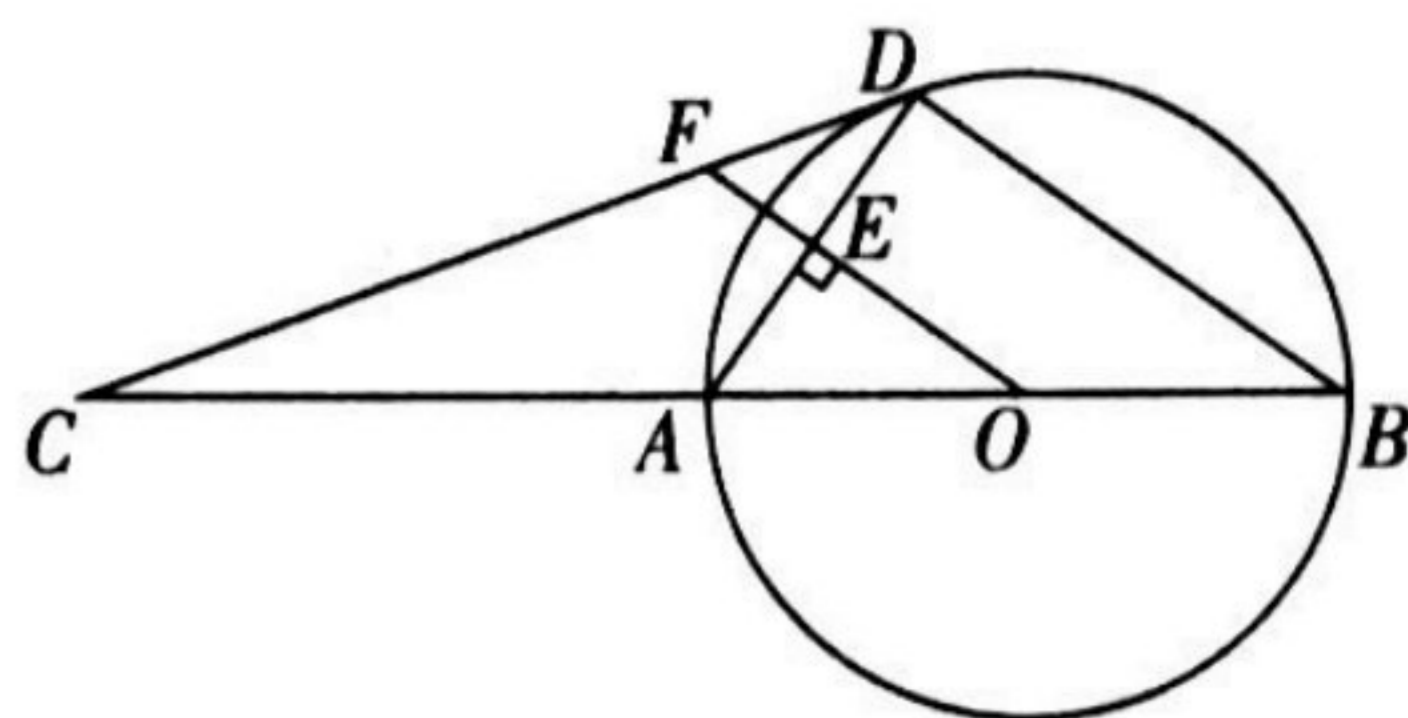


22. 在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的图象由函数 $y = x$ 的图象平移得到，且经过点 $(1, 2)$ 。

(1) 求这个一次函数的解析式；

(2) 当 $x > 1$ 时，对于 x 的每一个值，函数 $y = mx$ ($m \neq 0$) 的值大于一次函数 $y = kx + b$ 的值，直接写出 m 的取值范围。

23. 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, C 为 BA 延长线上一点, CD 是 $\odot O$ 的切线, D 为切点, $OF \perp AD$ 于点 E , 交 CD 于点 F .



(1) 求证: $\angle ADC = \angle AOF$;

(2) 若 $\sin C = \frac{1}{3}$, $BD = 8$, 求 EF 的长.

24. 小云在学习过程中遇到一个函数 $y = \frac{1}{6}|x|(x^2 - x + 1)$ ($x \geq -2$).

下面是小云对其探究的过程, 请补充完整:

(1) 当 $-2 \leq x < 0$ 时,

对于函数 $y_1 = |x|$, 即 $y_1 = -x$, 当 $-2 \leq x < 0$ 时, y_1 随 x 的增大而 _____, 且 $y_1 > 0$;

对于函数 $y_2 = x^2 - x + 1$, 当 $-2 \leq x < 0$ 时, y_2 随 x 的增大而 _____, 且 $y_2 > 0$;

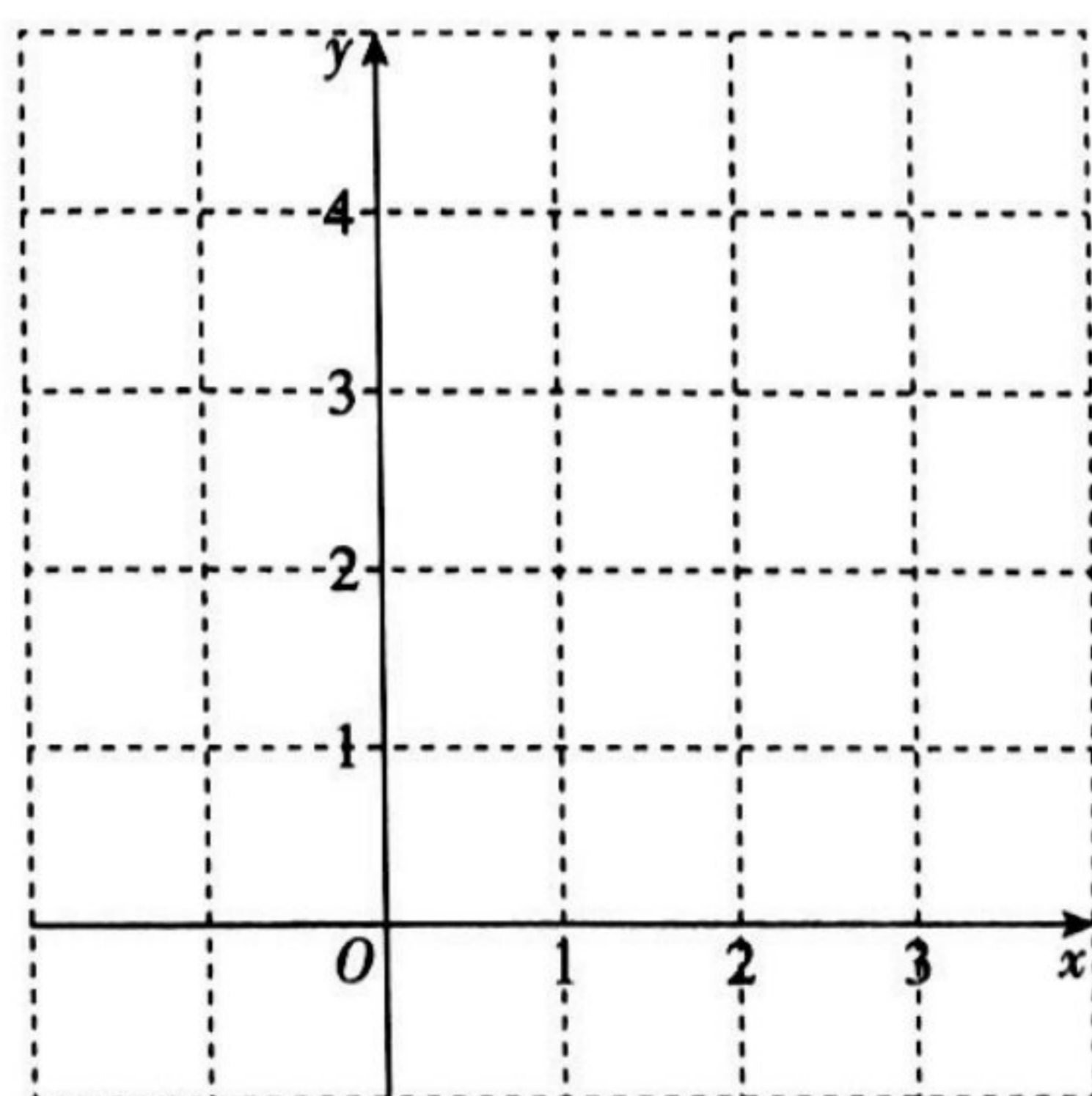
结合上述分析, 进一步探究发现, 对于函数 y , 当 $-2 \leq x < 0$ 时, y 随 x 的增大而 _____.

(2) 当 $x \geq 0$ 时,

对于函数 y , 当 $x \geq 0$ 时, y 与 x 的几组对应值如下表:

x	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$	3	...
y	0	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{7}{16}$	1	$\frac{95}{48}$	$\frac{7}{2}$...

结合上表, 进一步探究发现, 当 $x \geq 0$ 时, y 随 x 的增大而增大. 在平面直角坐标系 xOy 中, 画出当 $x \geq 0$ 时的函数 y 的图象.

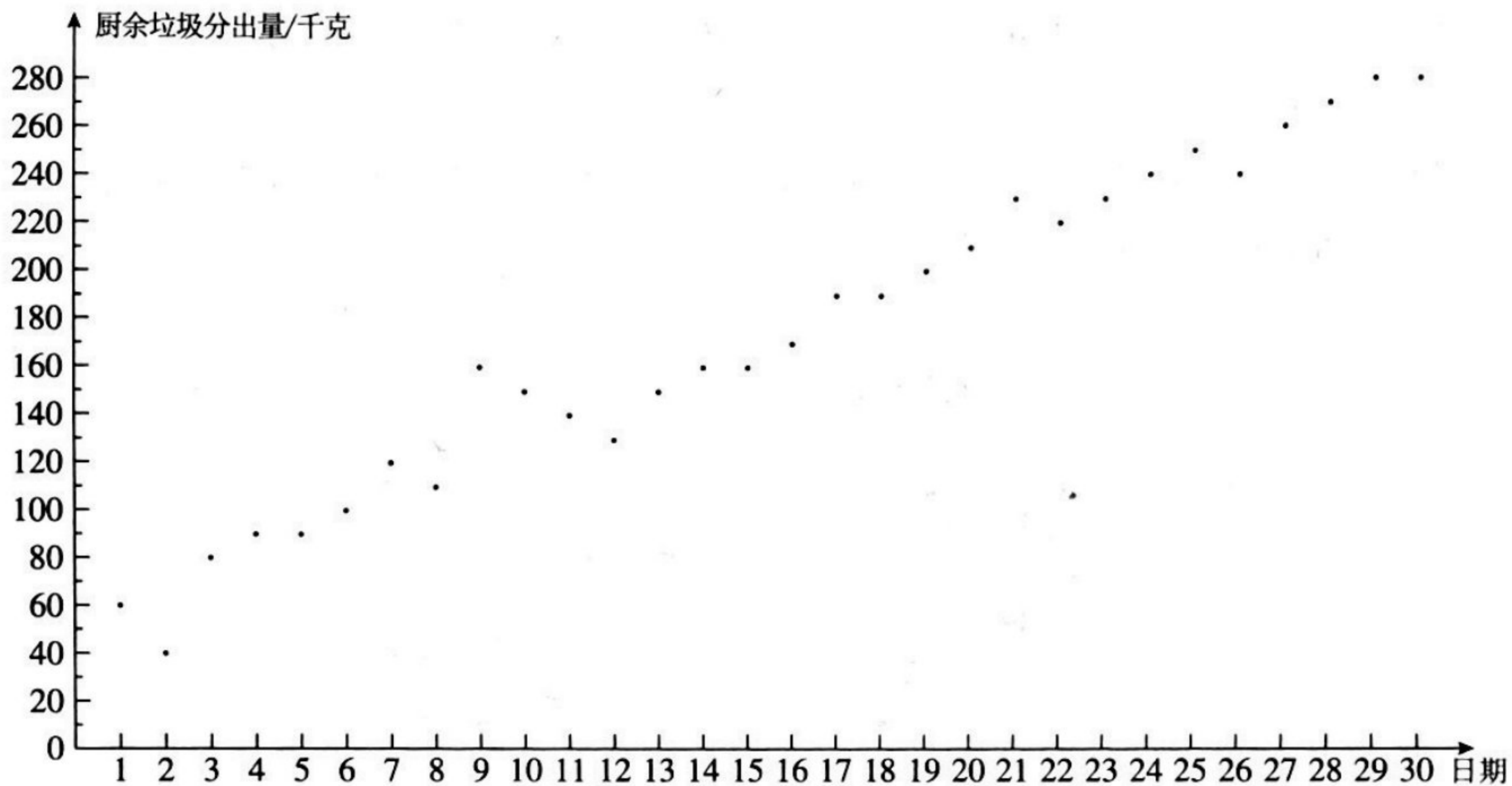


(3) 过点 $(0, m)$ ($m > 0$) 作平行于 x 轴的直线 l , 结合(1)(2)的分析, 解决问题: 若直线 l 与

函数 $y = \frac{1}{6}|x|(x^2 - x + 1)$ ($x \geq -2$) 的图象有两个交点, 则 m 的最大值是 _____.

25. 小云统计了自己所住小区5月1日至30日的厨余垃圾分出量(单位:千克),相关信息如下:

a. 小云所住小区5月1日至30日的厨余垃圾分出量统计图:



b. 小云所住小区5月1日至30日分时段的厨余垃圾分出量的平均数如下:

时 段	1日至10日	11日至20日	21日至30日
平均数	100	170	250

- (1) 该小区5月1日至30日的厨余垃圾分出量的平均数约为_____ (结果取整数);
- (2) 已知该小区4月的厨余垃圾分出量的平均数为60, 则该小区5月1日至30日的厨余垃圾分出量的平均数约为4月的_____倍(结果保留小数点后一位);
- (3) 记该小区5月1日至10日的厨余垃圾分出量的方差为 s_1^2 , 5月11日至20日的厨余垃圾分出量的方差为 s_2^2 , 5月21日至30日的厨余垃圾分出量的方差为 s_3^2 . 直接写出 s_1^2, s_2^2, s_3^2 的大小关系.

26. 在平面直角坐标系 xOy 中, $M(x_1, y_1), N(x_2, y_2)$ 为抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$) 上任意两点, 其中 $x_1 < x_2$.

- (1) 若抛物线的对称轴为 $x = 1$, 当 x_1, x_2 为何值时, $y_1 = y_2 = c$;
- (2) 设抛物线的对称轴为 $x = t$. 若对于 $x_1 + x_2 > 3$, 都有 $y_1 < y_2$, 求 t 的取值范围.

27. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC > BC$, D 是 AB 的中点. E 为直线 AC 上一动点, 连接 DE , 过点 D 作 $DF \perp DE$, 交直线 BC 于点 F , 连接 EF .

(1) 如图 1, 当 E 是线段 AC 的中点时, 设 $AE = a$, $BF = b$, 求 EF 的长(用含 a, b 的式子表示);

(2) 当点 E 在线段 CA 的延长线上时, 依题意补全图 2, 用等式表示线段 AE, EF, BF 之间的数量关系, 并证明.

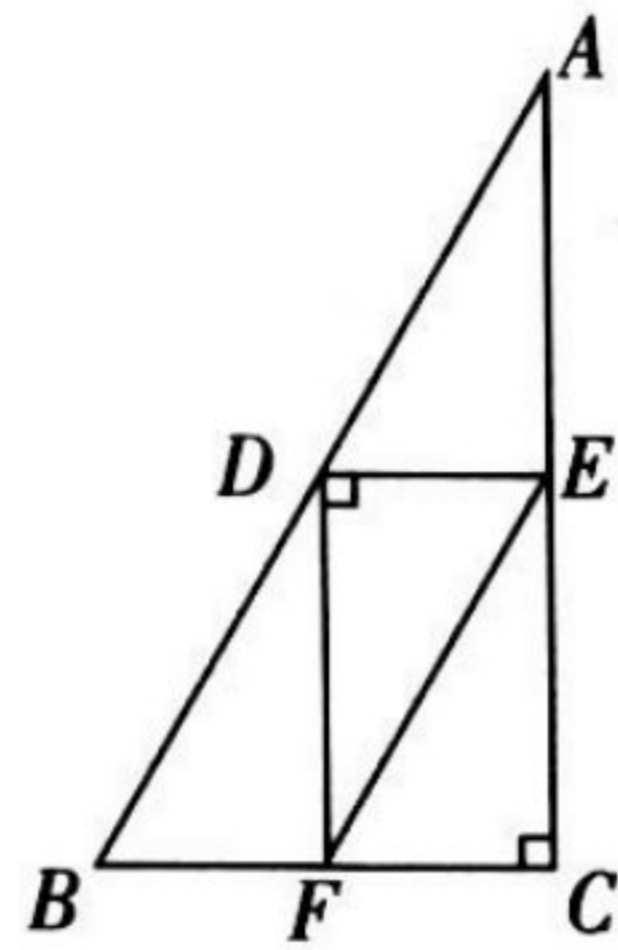


图1

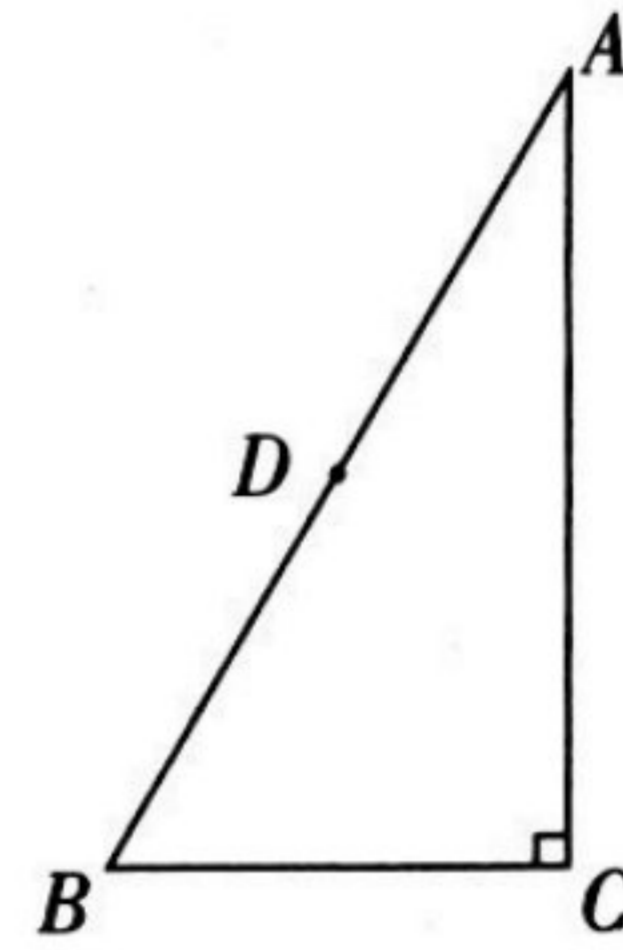
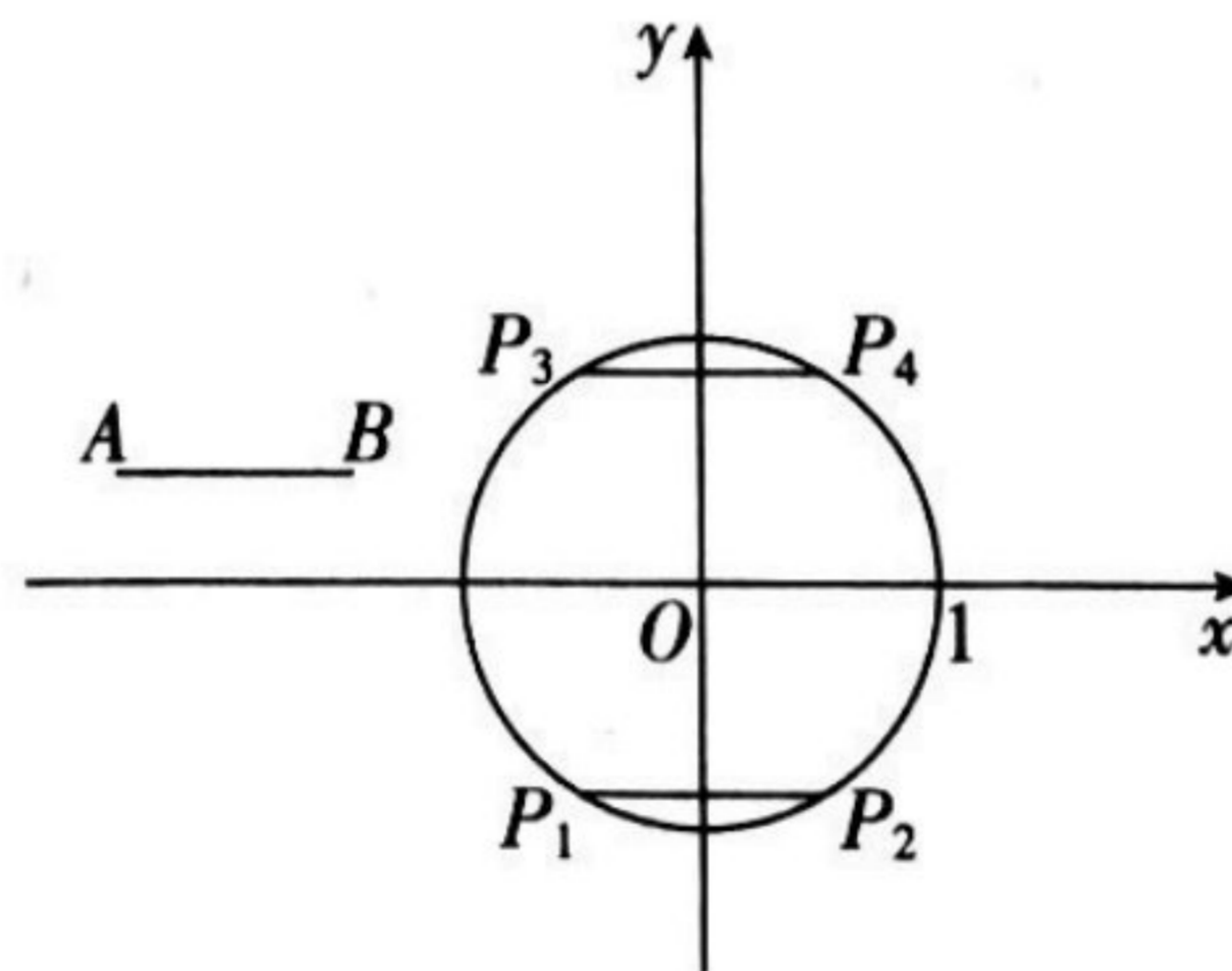


图2

28. 在平面直角坐标系 xOy 中, $\odot O$ 的半径为 1, A, B 为 $\odot O$ 外两点, $AB = 1$.

给出如下定义: 平移线段 AB , 得到 $\odot O$ 的弦 $A'B'$ (A', B' 分别为点 A, B 的对应点), 线段 AA' 长度的最小值称为线段 AB 到 $\odot O$ 的“平移距离”.

(1) 如图, 平移线段 AB 得到 $\odot O$ 的长度为 1 的弦 P_1P_2 和 P_3P_4 , 则这两条弦的位置关系是_____; 在点 P_1, P_2, P_3, P_4 中, 连接点 A 与点_____的线段的长度等于线段 AB 到 $\odot O$ 的“平移距离”;



(2) 若点 A, B 都在直线 $y = \sqrt{3}x + 2\sqrt{3}$ 上, 记线段 AB 到 $\odot O$ 的“平移距离”为 d_1 , 求 d_1 的最小值;

(3) 若点 A 的坐标为 $(2, \frac{3}{2})$, 记线段 AB 到 $\odot O$ 的“平移距离”为 d_2 , 直接写出 d_2 的取值范围.