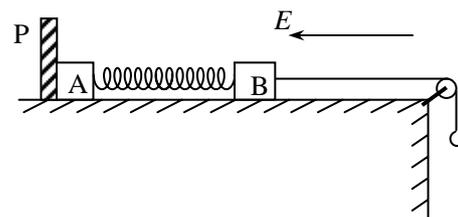


### 物理奥林匹克竞赛训练(3)

1、在光滑的水平面上，有一个长为  $L$  的木板  $C$ ， $C$  的两端各有一竖直的挡板，在木板  $C$  的中央处有两个长度均为  $d$  的物体  $A$  和  $B$ ， $A$  的质量为  $m_A$ ，在  $A$ 、 $B$  之间安放微量炸药，并控制炸药爆炸只对  $A$ 、 $B$  产生沿木板  $C$  方向的水平冲力。开始  $A$ 、 $B$ 、 $C$  都静止， $A$ 、 $B$ 、 $C$  的质量之比为  $m_A:m_B:m_C=1:4:9$ ， $A$ 、 $B$  与  $C$  之间摩擦不计。炸药爆炸产生能量为  $E$ ，其中一半转化为  $A$ 、 $B$  的动能。 $A$ 、 $B$  与  $C$  两端的挡板碰撞后便与  $C$  连成一体。求 (1) 炸药爆炸使  $A$ 、 $C$  相碰后  $C$  的速度；(2) 从  $A$ 、 $C$  相碰后到  $B$ 、 $C$  相碰的时间内  $C$  的位移。

2. 如图所示，挡板  $P$  固定在足够高的水平桌面上，小物块  $A$  和  $B$  大小可忽略，它们分别带有  $+Q_A$  和  $+Q_B$  的电荷量，质量分别为  $m_A$  和  $m_B$ 。两物块由绝缘的轻弹簧相连，一不可伸长的轻绳跨过滑轮，一端与  $B$  连接，另一端连接一轻质小钩。整个装置处于场强为  $E$ 、方向水平向左的匀强电场中。 $A$ 、 $B$  开始时静止，已知弹簧的劲度系数为  $k$ ，不计一切摩擦及  $A$ 、 $B$  间的库仑力， $A$ 、 $B$  所带电荷量保持不变， $B$  不会碰到滑轮。

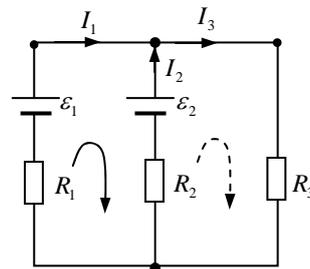


(1) 若在小钩上挂一质量为  $M$  的物块  $C$  并由静止释放，可使物块  $A$  恰好能离开挡板  $P$ ，求物块  $C$  下落的最大距离；

(2) 若  $C$  的质量改为  $2M$ ，则当  $A$  刚离开挡板  $P$  时， $B$  的速度多大？

3. 单行道上，有一支乐队，沿同一个方向前进，乐队后面有一坐在车上的旅行者向他们靠近。此时，乐队正在奏出频率为  $440\text{HZ}$  的音调。在乐队前的街上有一固定话筒作现场转播。旅行者从车上的收音机收听演奏，发现从前面乐队直接听到的声音和从广播听到的声音混合后产生拍，并测出三秒钟有四拍，车速为  $18\text{km/h}$ ，求乐队前进速度。(声速= $330\text{m/s}$ )。

4、如图所示电路中，已知  $\varepsilon_1 = 32\text{V}$ ， $\varepsilon_2 = 24\text{V}$ ， $R_1 = 5\Omega$ ， $R_2 = 6\Omega$ ， $R_3 = 54\Omega$ ，求各支路的电流。



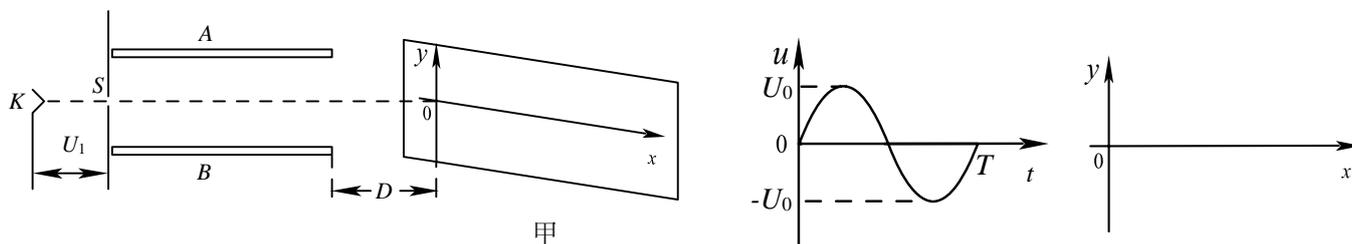
5、某空调器按可逆卡诺循环运转，其中的做功装置连续工作时所提供的功率  $P_0$ 。(1)夏天室外温度恒为  $T_1$ ，启动空调器连续工作，最后可将室温降至恒定的  $T_2$ 。室外通过热传导在单位时间内向室内传输的热量正比于  $(T_1 - T_2)$ (牛顿冷却定律)，比例系数  $A$ 。试用  $T_1$ ， $P_0$  和  $A$  来表示  $T_2$ (2)当室外温度为  $30^\circ\text{C}$  时，若这台空调只有 30% 的时间处于工作状态，室温可维持在  $20^\circ\text{C}$ 。试问室外温度最高为多少时，用此空调器仍可使室温维持在  $20^\circ\text{C}$ 。(3)冬天，可将空调器吸热、放热反向。试问室外温度最低为多少时，用此空调器可使室温维持在  $20^\circ\text{C}$ 。

6. 示波器是一种多功能电学仪器，可以在荧光屏上显示出被检测的电压波形。它的工作原理等效成下列情况：如图甲所示，真空室中电极  $K$  发出电子（初速不计），经过电压为  $U_1$  的加速电场后，由小孔  $S$  沿水平金属板  $A$ 、 $B$  间的中心线射入板中。板长  $L$ ，相距为  $d$ ，在两极间加上如图乙所示的正弦交变电压，前半个周期内  $B$  板的电势高于  $A$  板的电势，电场全部集中在两板之间，且分布均匀。在每个电子通过极板的极短时间内，电场视作恒定的。在两极板右侧且与极板右侧相距  $D$  处有一个与两板中心线垂直的荧光屏，中心线正好与屏上坐标原点相交。当第一个电子到达坐标原点  $O$  时，使屏以速度  $v$  沿  $-x$  方向运动，每经过一定的时间后，在一个极短时间内它又跳回初始位置，然后重新做同样的匀速运动。（已知电子的质量为  $m$ ，带电量为  $e$ ，不计电子的重力）求：

(1) 电子进入  $AB$  板时的初速度；

(2) 要使所有的电子都能打在荧光屏上，图乙中电压的最大值  $U_0$  需满足什么条件？

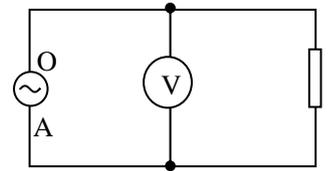
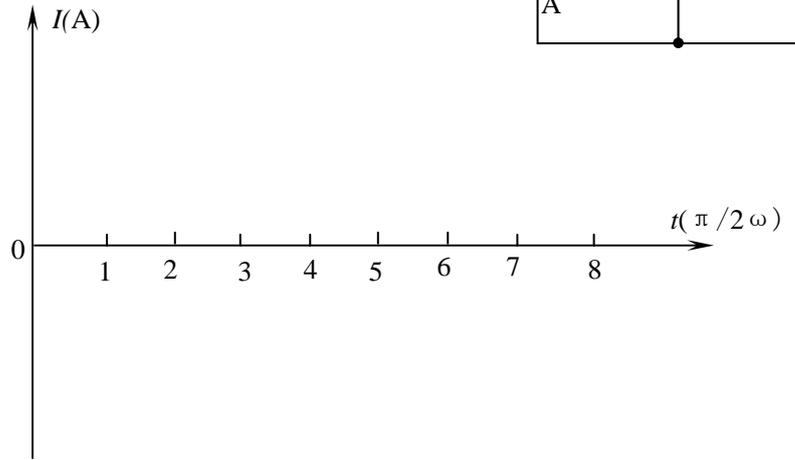
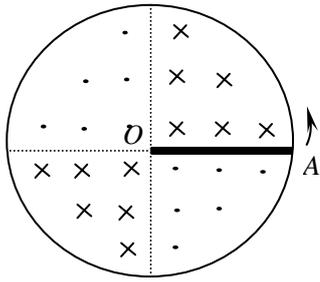
(3) 要使荧光屏上始终显示一个完整的波形，荧光屏必须每隔多长时间回到初始位置？计算这个波形的峰值和长度。在图丙所示的  $x - y$  坐标系中画出这个波形。



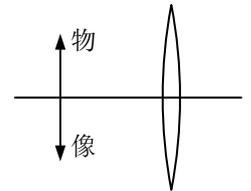
7. 在金属圆环内部关于圆心  $O$  对称的四个区域内存在与环面垂直的匀强磁场，其中垂直环面向里的磁场磁感应强度为  $B$ ，垂直环面向外的磁场磁感应强度为  $2B$ ，环的半径为  $L$ ，一根长也为  $L$ 、电阻为  $r$  的金属棒一端连在  $O$  点，另一端连在环上，绕  $O$  点以角速度  $\omega$  在环面内作逆时针旋转，若将  $O$  点和环上一点  $A$  接入如图的电路中，图中电阻阻值为  $R$ ，电压表为理想表，环中电阻不计。求：

(1)画出金属棒中的电流（以金属棒中从  $O$  流向  $A$  为正方向）

(2)电压表的读数是多少？



8、如图所示，一个双凸薄透镜的两个球面的曲率半径均为  $r$ ，透镜的折射率为  $n$ ，考察由透镜后表面反射所形成的实像。试问物放于何处，可使反射像与物位于同一竖直平面内（不考虑多重反射）。



参考答案:

1 解: (1) A、B 物理系统水平方向动量守恒  $m_A v_A - m_B v_B = 0$  ①

$$\text{又由能量关系 } \frac{1}{2} m_A v_A^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2 = \frac{1}{2} E \quad \text{②}$$

$$\text{解①②得 } v_A = \sqrt{4E/5m_A}, \quad v_B = \frac{1}{4} \sqrt{4E/5m_A}$$

再考察 A、C 物体系统, 水平方向动量守恒  $m_A v_A = (m_A + m_C) v_C$

$$v_C = m_A v_A / (m_A + m_C) = v_A / 10 = \frac{1}{10} \sqrt{4E/5m_A}$$

$$(2) \text{ 自 A、B 分离到 A、C 相碰历时 } t_1 = \left( \frac{L}{2} - d \right) / v_A = (L - 2d) / 2v_A$$

$$\text{时间 } t_1 \text{ 内 B 向右的位移 } s_B = v_B t_1 = (l - 2d) / 8$$

$$\text{A、C 相碰时, B 与 C 右端的距离 } \Delta L = \frac{L}{2} - d - s_B = 3(L - 2d) / 8$$

$$\text{设从 A、C 相碰到 B、C 相碰的时间为 } t_2, \text{ 则 } t_2 = \Delta L / (v_A + v_C) = 15(L - 2d) / 14v_A$$

$$\text{故 } t_2 \text{ 内 C 的位移 } s_C = v_C t_2 = 3(L - 2d) / 28$$

2. (1) 开始平衡时有:  $kx_1 = EQ_B$  可得  $x_1 = \frac{EQ_B}{K}$  当 A 刚离开档板时:  $kx_2 = EQ_A$  可得  $x_2 = \frac{EQ_A}{K}$

$$\text{故 C 下落的最大距离为: } h = x_1 + x_2 \quad \text{由以上各式可解得 } h = \frac{E}{K} (Q_B + Q_A)$$

(2) 由能量守恒定律可知: C 下落  $h$  过程中, C 重力势能的减少量等于 B 的电势能的增量和弹簧弹性势能的增量、系统动能的增量之和

$$\text{当 C 的质量为 } M \text{ 时: } Mgh = Q_B E \cdot h + \Delta E_{\text{弹}}$$

$$\text{当 C 的质量为 } 2M \text{ 时: } 2Mgh = Q_B E h + \Delta E_{\text{弹}} + \frac{1}{2} (2M + m_B) V^2$$

$$\text{由④~⑥式可解得 A 刚离开 P 时 B 的速度为: } V = \sqrt{\frac{2MgE(Q_A + Q_B)}{K(2M + m_B)}}$$

3. 解: 先考虑车上听到的频率, 连续两次应用多普勒效应, 有

$$f_1 = \frac{c}{c + v_{\text{乐}}} \cdot f_0 \quad f_2 = \left( 1 + \frac{v_{\text{车}}}{c} \right) \cdot f_1 \quad \left( f_2 \text{ 为旅行者听到乐队的频率} \right) \text{ 得}$$

$$f_2 = \frac{c + v_{\text{车}}}{c + v_{\text{乐}}} \cdot f_0$$

收音机得到频率为

$$f_3 = \frac{c}{c - v_{\text{乐}}} \cdot f_0$$

旅行者听到广播频率为

$$f_4 = \frac{c + v_{\text{车}}}{c} \cdot f_3$$

又拍频为  $f_4 - f_3 = \frac{4}{3} \text{HZ}$  综上得:  $v_{\text{乐}} = 2.98 \text{m/s}$

4. 解: 规定  $I_1$ 、 $I_2$ 、 $I_3$  正方向如图所示, 则有  $I_1 + I_2 - I_3 = 0$   
两个独立回路, 有

$$-\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - I_2 R_2 + I_1 R_1 = 0 \quad -\varepsilon_2 + I_2 R_2 + I_3 R_3 = 0$$

联解方程得:  $I_1 = 1 \text{A}$ ,  $I_2 = -0.5 \text{A}$ ,  $I_3 = 0.5 \text{A}$

$I_2 < 0$ , 说明  $I_2$  实际电流方向与图中所假定电流方向相反。

5. 分析: 夏天, 空调机为制冷机, 作逆向卡诺循环, 从室内吸热, 向室外放热, 对工作物质做功。为保持室温恒定, 空调器从室内吸热等于室外向室内通过热传导传输的热量。冬天刚好相反, 空调器为热机, 作顺向卡诺循环, 从室外吸热, 向室内放热。为保持室温恒定, 空调器向室内的放热应等于室内向室外通过热传导传输的热量。

解: (1) 夏天, 空调器为制冷机, 单位时间从室内吸热  $Q_2$ , 向室外放热  $Q_1$ , 空调器的平均功率为  $P$ , 则  $Q_1 = Q_2 + P$ 。对可逆卡诺循环, 则有  $\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}$ ,  $Q_2 = \frac{T_2}{T_1 - T_2} P$ 。

通过热传导传热  $Q = A(T_1 - T_2)$ , 由  $Q = Q_2$  得  $T_1 - T_2 = \sqrt{\frac{P}{A} \cdot T_2}$

$$T_2 = T_1 + \frac{1}{2} \left[ \frac{P}{A} - \sqrt{\left(\frac{P}{A}\right)^2 + \frac{4PT_1}{A}} \right]$$

因空调器连续工作, 式中  $P = P_0$ ,  $T_2 = T_1 + \frac{1}{2} \left[ \frac{P_0}{A} - \sqrt{\left(\frac{P_0}{A}\right)^2 + \frac{4P_0 T_1}{A}} \right]$

(2)  $T = 293 \text{K}$ ,  $P = 0.3 P_0$ ,  $T_1 = 303 \text{K}$ , 而所求的是  $P = P_0$  时对应的  $T_1$  值, 记

为  $T'$ , 则  $T_1 - T_2 = \sqrt{\frac{0.3 P_0}{A} \cdot T_2}$   $T_{1\text{max}} - T_2 = \sqrt{\frac{P_0}{A} \cdot T_2}$

解得  $T_{1\text{max}} = T_2 + \sqrt{0.3(T_1 - T_2)} = 311.26 \text{K} = 38.26^\circ \text{C}$ 。(3) 冬天, 空调器为热机,

单位时间从室外吸热  $Q_1'$ , 向室内放热  $Q_2'$ , 空调器连续工作, 功率为  $P_0$ , 有

$Q_2' = Q_1' + P_0$ ,  $\frac{Q_1'}{T_1'} = \frac{Q_2'}{T_2'}$ , 由热平衡方程得:

$$A = (T_2' - T_1') = \frac{T_2'}{T_2' - T_1'} \cdot P_0$$

$$T_1' = T_2 - \sqrt{\frac{P_0}{A}} \cdot T_2 = T_2 - (T_{1\max} - T_2) = 2T_2 - T_{1\max} = 274.74K = 1.74^\circ C$$

若空调器连续工作，则当冬天室外温度最低为  $1.74^\circ C$ ，仍可使室内维持在  $20^\circ C$ 。

6. 解析：（1）电子在加速电场中运动，根据动能定理，有  $eU_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 \quad \therefore$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2eU_1}{m}} \quad \text{①}$$

（2）因为每个电子在板 A、B 间运动时，电场均匀、恒定，故电子在板 A、B 间做类平抛运动，在两板之外做匀速直线运动打在屏上。在板 A、B 间沿水平方向运动时，有  $L = v_1 t$

竖直方向，有  $y' = \frac{1}{2}at^2$  所以  $y' = \frac{eUL^2}{2mdv_1^2} \quad \text{②}$

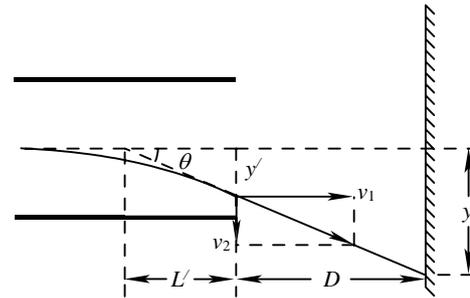
只要偏转电压最大时的电子能飞出极板打在屏上，则所有电子都能打屏上。所以

$$y_m' = \frac{eU_0 L^2}{2mdv_1^2} < \frac{d}{2}, \quad U_0 < \frac{2d^2 U_1}{L^2}$$

③

（3）要保持一个完整波形，荧光屏必须每隔周期  $T$ ，回到初始位置。

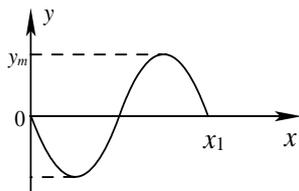
设某个电子运动轨迹如图所示，有  $\tan \theta = \frac{v_{\perp}}{v_1} = \frac{eUL}{mdv_1^2} = \frac{y'}{L} \quad \text{④}$



又知  $y' = \frac{eUL}{2mdv_1^2}$ ，联立得  $L' = \frac{L}{2} \quad \text{⑤}$

由相似三角形的性质，得  $\frac{\frac{L}{2} + D}{\frac{L}{2}} = \frac{y}{y'} \quad \text{⑥}$  则  $y = \frac{(L + 2D)LU}{4dU_1} \quad \text{⑦}$  峰值为

$y_m = \frac{(L + 2D)LU_0}{4dU_1} \quad \text{⑧}$  波形长度为  $x_1 = vT \quad \text{⑨}$  波形如下图所示。



7. (1) 在向里的磁场中运动时,  $\varepsilon_1 = \frac{1}{2} Bl^2 w$       $I_1 = \frac{\varepsilon_1}{R+r} = \frac{Bl^2 w}{2(R+r)}$

在向外的磁场中运动时,  $\varepsilon_2 = Bl^2 w$       $I_2 = \frac{\varepsilon_2}{R+r} = \frac{Bl^2 w}{R+r}$

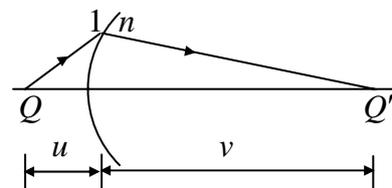
(2) 交流电有效值为:  $\frac{(\frac{1}{2} Bl^2 w)^2}{R+r} \times 1 + \frac{(Bl^2 w)^2}{R+r} \times 1 = \frac{u^2}{R+r} \times 2 \quad \therefore u = \frac{\sqrt{10}}{4} Bl^2 w$

$\therefore$  电压表读数  $u' = \frac{R}{R+r} u = \frac{\sqrt{10} Bl^2 w R}{4(R+r)}$

8. 解: 从物点发出的光经透镜前表面(即左表面)反射后形成虚像, 不合题意, 无须考虑。

从物点发出的光经透镜前表面折射后, 再经透镜后表面反射折回, 又经前表面折射共三次成像, 最后是实像, 符合题意。利用球面折射成像公式和球面反射成像公式, 结合物与像共面的要求。就可求解。

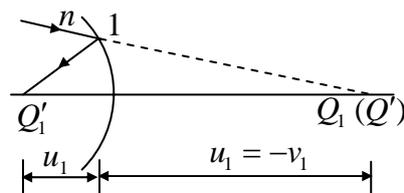
球面反射的成像公式为:  $\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$ , 其中反射面的焦距为  $f = \frac{R}{2}$  ( $R$  为球面半径), 对凹面镜,  $f$  取正值, 对凸面镜,  $f$  取负值。



球面折射的成像公式为:  $\frac{n_1}{u} + \frac{n_2}{v} = (n_1 - n_2) \frac{1}{R}$ 。当入射光从顶点射向球心时,  $R$  取正值, 当入射光从球心射向顶点时,  $R$  取负值。

如图 1-4-11 甲所示, 当物点  $Q$  发出的光经透镜前表面折射后成像于  $Q'$ , 设物距为

$u$ , 像距为  $v$ , 根据球面折射成像公式:  $\frac{n_1}{u} + \frac{n_2}{v} = (n_1 - n_2) \frac{1}{R}$



这里空气的折射率  $n_1 = 1$ , 透镜介质的折射率  $n_2 = n$ , 入射光从顶点射向球心,  $R=r$  取正值, 所以有

$\frac{1}{u} + \frac{n}{v} = \frac{n-1}{r}$  (1) 这是第一次成像。

图 1-4-11 乙

对凸透镜的后表面来说, 物点  $Q$  经透镜前表面折射所成的风点  $Q'$  是它的物点, 其物距  $u_1 = -v$  (是虚物), 经透镜后表面反射后成像于  $Q'_1$ , 像距为  $-v_1$  (如

图 1-4-11 乙所示), 由球面反射成像公式  $\frac{1}{u_1} + \frac{1}{v_1} = \frac{1}{f_2} = \frac{2}{r}$

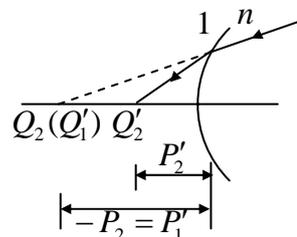


图 1-4-11 丙

将前面数据代入得  $-\frac{1}{v} + \frac{1}{v_1} = \frac{2}{r}$  这是第二次成像。

由透镜后表面反射成的像点  $Q'_1$  又作为透镜前表面折射成像的物点  $Q_2$ ，其物距  $u_2 = -v_1$ （是虚物），

再经过透镜前表面折射成像于  $Q'_2$ ，像距为  $v_2$ ，（见图 1-4-11 丙所示），再由球面折射成像公式

$$\frac{n_1}{u} + \frac{n_2}{v} = (n_1 - n_2) \frac{1}{R}$$

这时入射光一侧折射率  $n_1$ ，折射光一侧折射率  $n_2$

（是空气），入射光由球心射向顶点，故  $R$  值取负值。所以可写出  $\frac{n}{u_2} + \frac{1}{v_2} = (1-n) \frac{1}{-r}$

$$-\frac{n}{u_1} + \frac{1}{v_2} = \frac{n-1}{r}$$

代入前面得到的关系可得  $-\frac{n}{u_1} + \frac{1}{v_2} = \frac{n-1}{r}$  这是第三次成像，由（1）、（2）两式可解得

$$\frac{1}{u} + \frac{n}{v_1} = \frac{3n-1}{r}$$

再把（4）式和（3）式相加，可得  $\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{2(2n-1)}{r}$

为使物点  $Q$  与像点  $Q'_2$  在同一竖直平面内，这就要求  $u_2 = -v_1$

代入（5）是可解得物距为  $u = \frac{r}{2n-1}$