2008～2019北京中考数学分类(圆)

一．解答题（共12小题）

1．在平面内，给定不在同一条直线上的点A，B，C，如图所示，点O到点A，B，C的距离均等于a（a为常数），到点O的距离等于a的所有点组成图形G，$\angle ABC$的平分线交图形G于点D，连接AD，CD．

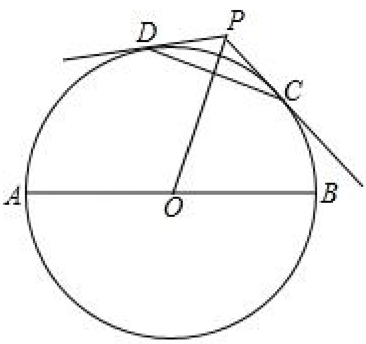
（1）求证：$AD=CD$；

（2）过点D作$DE\perp BA$，垂足为E，作$DF\perp BC$，垂足为F，延长DF交图形G于点M，连接CM．若$AD=CM$，求直线DE与图形G的公共点个数．

2．如图，AB是⊙O的直径，过⊙O外一点P作⊙O的两条切线PC，PD，切点分别为C，D，连接OP，CD．

（1）求证：$OP\perp CD$；

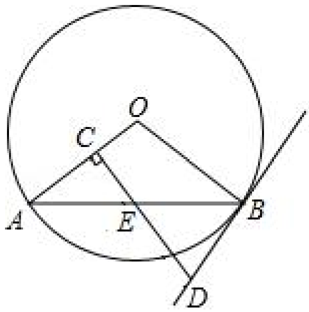
（2）连接AD，BC，若$\angle DAB=50°$，$\angle CBA=70°$，$OA=2$，求OP的长．



3．如图，AB 是⊙O 的一条弦，E 是 AB 的中点，过点 E 作 $EC\perp OA$ 于点 C，过点 B 作⊙O 的切线交 CE 的延长线于点 D．

（1）求证：$DB=DE$；

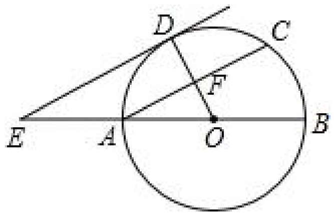
（2）若 $AB=12$，$BD=5$，求⊙O 的半径．



4．如图，AB 为⊙O 的直径，F 为弦 AC 的中点，连接 OF 并延长交$\overset{\frown}{AC}$于点 D，过点 D 作⊙O 的切线，交 BA 的延长线于点 E．

（1）求证：$AC\parallel DE$；

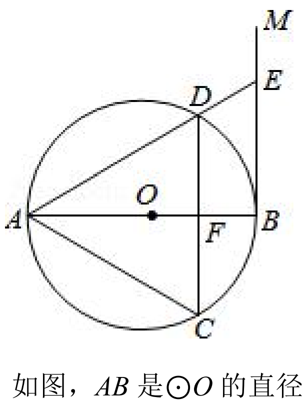
（2）连接 CD，若 $OA=AE=a$，写出求四边形 $ACDE$ 面积的思路．



5．如图，AB 是⊙O 的直径，过点 B 作⊙O 的切线 BM，弦 $CD\parallel BM$，交 AB 于点 F，且$\overset{\frown}{DA}=\overset{\frown}{DC}$，连接 AC，AD，延长 AD 交 BM 于点 E．

（1）求证：△ACD 是等边三角形；

（2）连接 OE，若 $DE=2$，求 OE 的长．

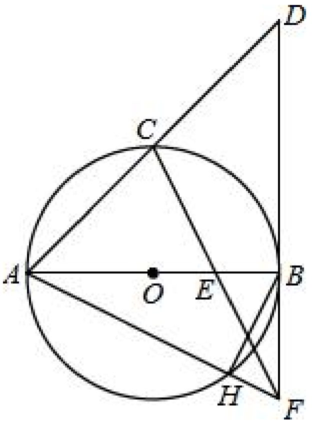


6．如图，AB 是⊙O 的直径，C 是$\overset{\frown}{AB}$的中点，⊙O 的切线 BD 交 AC 的延长线于点 D，E 是

OB 的中点，CE 的延长线交切线 BD 于点 F，AF 交⊙O 于点 H，连接 BH.

（1）求证：$AC=CD$；

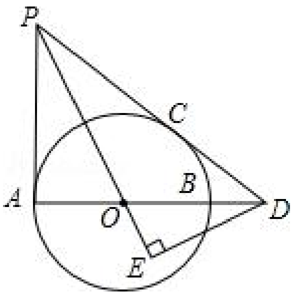
（2）若 $OB=2$，求 BH 的长.



7．如图 AB 是⊙O 的直径，PA，PC 与⊙O 分别相切于点 A，C，PC 交 AB 的延长线于点 D，$DE\perp PO$ 交 PO 的延长线于点 E.

（1）求证：$\angle EPD=\angle EDO$；

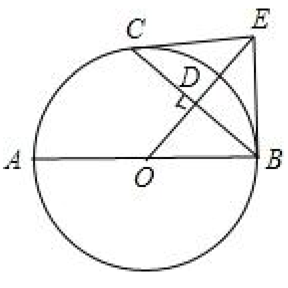
（2）若 $PC=6$，$\tan\angle PDA=\frac{3}{4}$，求 OE 的长.



8．已知：如图，AB 是⊙O 的直径，C 是⊙O 上一点，$OD\perp BC$ 于点 D，过点 C 作⊙O 的切线，交 OD 的延长线于点 E，连接 BE.

（1）求证：BE 与⊙O 相切；

（2）连接 AD 并延长交 BE 于点 F，若 $OB=9$，$\sin\angle ABC=\frac{2}{3}$，求 BF 的长.

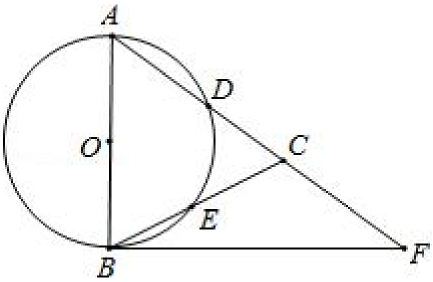


9．如图，在△ABC，$AB=AC$，以 AB 为直径的⊙O 分别交 AC、BC 于点 D、E，点 F 在 AC

的延长线上，且$\angle CBF=\frac{1}{2}\angle CAB$.

（1）求证：直线BF是⊙O的切线；

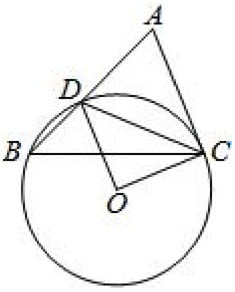
（2）若$AB=5$，$\sin\angle CBF=\frac{\sqrt{5}}{5}$，求$BC$和$BF$的长.



10．已知：如图，在$\triangle ABC$中，D是AB边上一点，圆O过D、B、C三点，$\angle DOC=2\angle ACD=90^\circ$.

（1）求证：直线AC是圆O的切线；

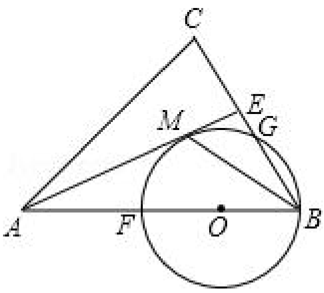
（2）如果$\angle ACB=75^\circ$，圆O的半径为2，求BD的长.



11．已知：如图，在$\triangle ABC$中，$AB=AC$，AE是角平分线，BM平分$\angle ABC$交AE于点M，经过B，M两点的⊙O交BC于点G，交AB于点F，FB恰为⊙O的直径.

（1）求证：AE与⊙O相切；

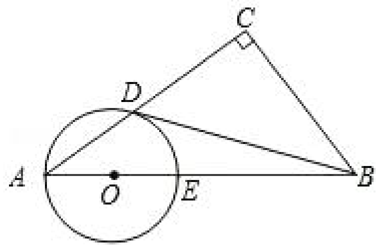
（2）当$BC=4$，$\cos C=\frac{1}{3}$时，求⊙O的半径.



12．已知：如图，在$Rt\triangle ABC$中，$\angle C=90^\circ$，点O在AB上，以O为圆心，OA长为半径的圆与AC，AB分别交于点D，E，且$\angle CBD=\angle A$.

（1）判断直线BD与⊙O的位置关系，并证明你的结论；

（2）若AD：$AO=8$：5，$BC=2$，求BD的长.


C
D
A
O
E
B

2008～2019 北京中考数学分类(圆)

参考答案与试题解析

一．解答题（共 12 小题）

1．在平面内，给定不在同一条直线上的点 A，B，C，如图所示，点 O 到点 A，B，C 的距离均等于 a（a 为常数），到点 O 的距离等于 a 的所有点组成图形 G，$\angle ABC$ 的平分线交图形 G 于点 D，连接 AD，CD．

（1）求证：$AD=CD$；

（2）过点 D 作 $DE\perp BA$，垂足为 E，作 $DF\perp BC$，垂足为 F，延长 DF 交图形 G 于点 M，连接 CM．若 $AD=CM$，求直线 DE 与图形 G 的公共点个数．

【解答】（1）证明：∵到点 O 的距离等于 a 的所有点组成图形 G，

∴图形 G 为△ABC 的外接圆⊙O，

∵BD 平分 $\angle ABC$，

∴$\angle ABD=\angle CBD$，

∴$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{CD}$，

∴$AD=CD$；

（2）如图，∵$AD=CM$，$AD=CD$，

∴$CD=CM$，

∵$DM\perp BC$，

∴BC 垂直平分 DM，

∴BC 为直径，

∴$\angle BAC=90°$，

∵$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{CD}$，

∴$OD\perp AC$，

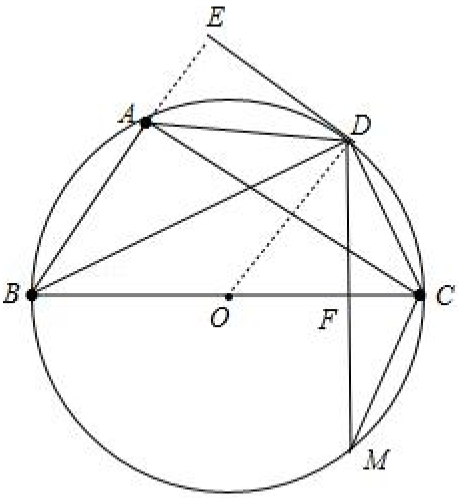
∴$OD\parallel AB$，

∵$DE\perp AB$，

∴$OD\perp DE$，

∴DE 为⊙O 的切线，

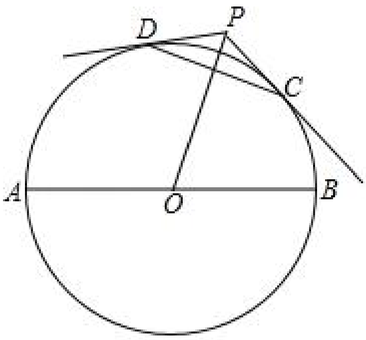
∴直线 DE 与图形 G 的公共点个数为 1．



2．如图，AB 是⊙O 的直径，过⊙O 外一点 P 作⊙O 的两条切线 PC，PD，切点分别为 C，D，连接 OP，CD．

（1）求证：$OP\perp CD$；

（2）连接 AD，BC，若∠DAB＝50°，∠CBA＝70°，OA＝2，求 OP 的长．



【解答】解：（1）方法 1、连接 OC，OD，

∴OC＝OD，

∵PD，PC 是⊙O 的切线，

∵∠ODP＝∠OCP＝90°，

在 Rt△ODP 和 Rt△OCP 中，$\begin{cases}OD=OC\\OP=OP\end{cases}$，

∴Rt△ODP≌Rt△OCP，

∴∠DOP＝∠COP，

∵$OD=OC$，

∴$OP\perp CD$；

方法 2、∵PD，PC 是⊙O 的切线，

∴$PD=PC$，

∵$OD=OC$，

∴P，O 在 CD 的中垂线上，

∴$OP\perp CD$

（2）如图，连接 OD，OC，

∴$OA=OD=OC=OB=2$，

∴$\angle ADO=\angle DAO=50^\circ$，$\angle BCO=\angle CBO=70^\circ$，

∴$\angle AOD=80^\circ$，$\angle BOC=40^\circ$，

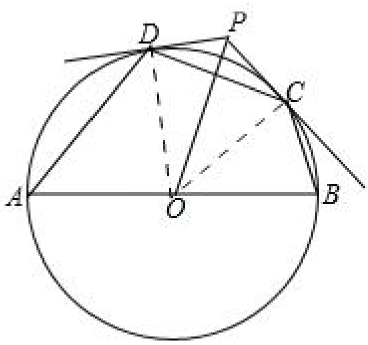
∴$\angle COD=60^\circ$，

∵$OD=OC$，

∴△COD 是等边三角形，

由（1）知，$\angle DOP=\angle COP=30^\circ$，

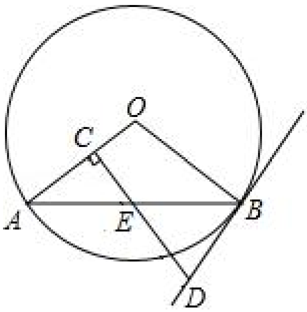
在 Rt△ODP 中，$OP=\dfrac{OD}{\cos 30^\circ}=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$.



3．如图，AB 是⊙O 的一条弦，E 是 AB 的中点，过点 E 作 $EC\perp OA$ 于点 C，过点 B 作⊙O 的切线交 CE 的延长线于点 D.

（1）求证：$DB=DE$；

（2）若 $AB=12$，$BD=5$，求⊙O 的半径.



【解答】（1）证明：∵$AO=OB$，

∴$\angle OAB=\angle OBA$，

∵BD 是切线，

∴$OB\perp BD$，

∴$\angle OBD=90°$，

∴$\angle OBE+\angle EBD=90°$，

∵$EC\perp OA$，

∴$\angle CAE+\angle CEA=90°$，

∵$\angle CEA=\angle DEB$，

∴$\angle EBD=\angle BED$，

∴$DB=DE$.

（2）作 $DF\perp AB$ 于 F，连接 OE.

∵$DB=DE$，$AE=EB=6$，

∴$EF=\frac{1}{2}BE=3$，$OE\perp AB$，

在 Rt△EDF 中，$DE=BD=5$，$EF=3$，

∴$DF=\sqrt{5^2-3^2}=4$，

∵$\angle AOE+\angle A=90°$，$\angle DEF+\angle A=90°$，

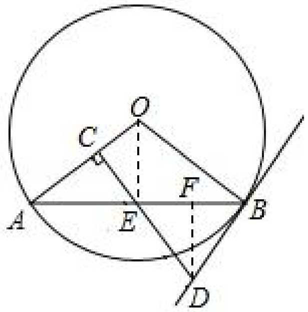
∴$\angle AOE=\angle DEF$，

∴$\sin\angle DEF=\sin\angle AOE=\frac{AE}{AO}=\frac{4}{5}$，

∵$AE=6$，

∴$AO=\frac{15}{2}$.

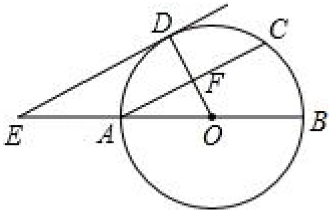
∴⊙O 的半径为$\frac{15}{2}$.



4．如图，AB 为⊙O 的直径，F 为弦 AC 的中点，连接 OF 并延长交$\overset{\frown}{AC}$于点 D，过点 D 作⊙O 的切线，交 BA 的延长线于点 E.

（1）求证：$AC // DE$；

（2）连接 CD，若 $OA=AE=a$，写出求四边形 $ACDE$ 面积的思路.



【解答】（1）证明：∵ED 与⊙O 相切于 D，

∴$OD\perp DE$，

∵F 为弦 AC 中点，

∴$OD\perp AC$，

∴$AC // DE$.

（2）解：作 $DM\perp OA$ 于 M，连接 CD，CO，AD.

首先证明四边形 $ACDE$ 是平行四边形，根据 $S_{\text{平行四边形}ACDE}=AE\cdot DM$，只要求出 DM 即可.（方法二：证明△ADE 的面积等于四边形 $ACDE$ 的面积的一半）

∵$AC // DE$，$AE=AO$，

∴$OF=DF$，

∵$AF\perp DO$，

∴$AD=AO$，

∴$AD=AO=OD$，

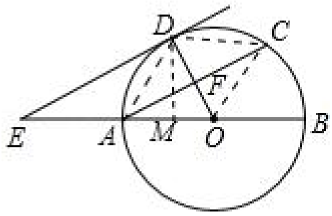
∴△ADO 是等边三角形，同理△CDO 也是等边三角形，

∴$\angle CDO=\angle DOA=60°$，$AE=CD=AD=AO=DO=a$，

∴$AO\parallel CD$，又 $AE=CD$，

∴四边形 $ACDE$ 是平行四边形，易知 $DM=\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$，

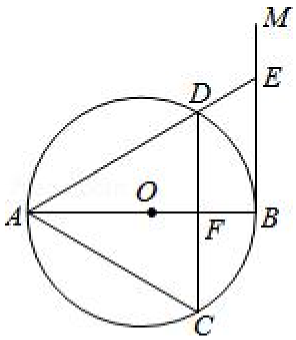
∴平行四边形 $ACDE$ 面积$=\dfrac{\sqrt{3}}{2}a^2$.



5．如图，AB 是⊙O 的直径，过点 B 作⊙O 的切线 BM，弦 $CD\parallel BM$，交 AB 于点 F，且$\overset{\frown}{DA}=\overset{\frown}{DC}$，连接 AC，AD，延长 AD 交 BM 于点 E.

（1）求证：$\triangle ACD$ 是等边三角形；

（2）连接 OE，若 $DE=2$，求 OE 的长.



【解答】（1）证明：∵AB 是⊙O 的直径，BM 是⊙O 的切线，

∴$AB\perp BE$，

∵$CD\parallel BE$，

∴$CD\perp AB$，

∴$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{AC}$，

∵$\overset{\frown}{DA}=\overset{\frown}{DC}$，

∴$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{CD}$，

∴$AD=AC=CD$，

∴$\triangle ACD$ 是等边三角形；

（2）解：连接 OE，过 O 作 $ON\perp AD$ 于 N，由（1）知，$\triangle ACD$ 是等边三角形，

$\therefore \angle DAC=60°$

$\because AD=AC$，$CD\perp AB$，

$\therefore \angle DAB=30°$，

$\therefore BE=\frac{1}{2}AE$，$ON=\frac{1}{2}AO$，

设⊙O 的半径为：r，

$\therefore ON=\frac{1}{2}r$，$AN=DN=\frac{\sqrt{3}}{2}r$，

$\therefore EN=2+\frac{\sqrt{3}}{2}r$，$BE=\frac{1}{2}AE=\frac{\sqrt{3}r+2}{2}$，

在 $R_t\triangle NEO$ 与 $R_t\triangle BEO$ 中，

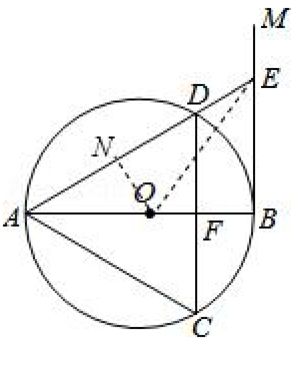
$OE^2=ON^2+NE^2=OB^2+BE^2$，

即 $(\frac{r}{2})^2+(2+\frac{\sqrt{3}r}{2})^2=r^2+(\frac{\sqrt{3}r+2}{2})^2$，

$\therefore r=2\sqrt{3}$，

$\therefore OE^2=(\sqrt{3})^2+25=28$，

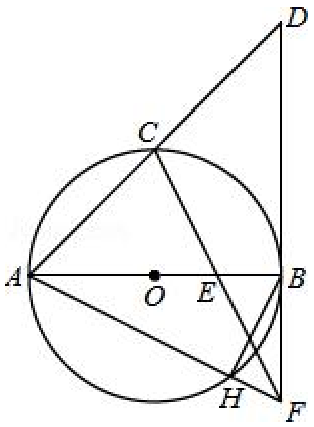
$\therefore OE=2\sqrt{7}$.



6．如图，AB 是⊙O 的直径，C 是$\overset{\frown}{AB}$的中点，⊙O 的切线 BD 交 AC 的延长线于点 D，E 是 OB 的中点，CE 的延长线交切线 BD 于点 F，AF 交⊙O 于点 H，连接 BH.

（1）求证：$AC=CD$；

（2）若 $OB=2$，求 BH 的长.



【解答】（1）证明：连接 OC，

∵C 是$\widehat{AB}$的中点，AB 是⊙O 的直径，

∴$CO\perp AB$，

∵BD 是⊙O 的切线，

∴$BD\perp AB$，

∴$OC\parallel BD$，

∵$OA=OB$，

∴$AC=CD$；

（2）解：∵E 是 OB 的中点，

∴$OE=BE$，

在△COE 和△FBE 中，

$$\begin{cases}\angle CEO=\angle FEB\\ OE=BE\\ \angle COE=\angle FBE\end{cases},$$

∴△COE≌△FBE（ASA），

∴$BF=CO$，

∵$OB=2$，

∴$BF=2$，

∴$AF=\sqrt{AB^2+BF^2}=2\sqrt{5}$，

∵AB 是直径，

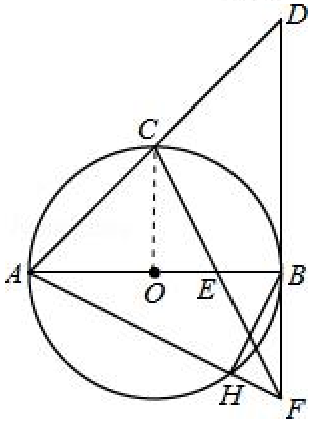
∴$BH\perp AF$，

∴△ABF∽△BHF，

$\therefore \frac{AB}{BH}=\frac{AF}{BF}$,

$\therefore AB \cdot BF = AF \cdot BH$,

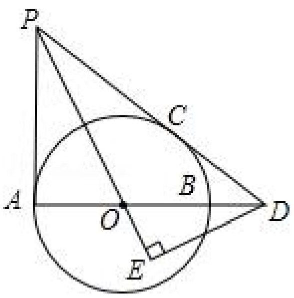
$\therefore BH=\frac{AB \cdot BF}{AF}=\frac{4\times 2}{2\sqrt{5}}=\frac{4\sqrt{5}}{5}$.



7．如图 AB 是⊙O 的直径，PA，PC 与⊙O 分别相切于点 A，C，PC 交 AB 的延长线于点 D，$DE\perp PO$ 交 PO 的延长线于点 E．

（1）求证：$\angle EPD=\angle EDO$；

（2）若 $PC=6$，$\tan\angle PDA=\frac{3}{4}$，求 OE 的长．



【解答】（1）证明：PA，PC 与⊙O 分别相切于点 A，C，

$\therefore \angle APO=\angle EPD$ 且 $PA\perp AO$，

$\therefore \angle PAO=90^\circ$，

$\because \angle AOP=\angle EOD$，$\angle PAO=\angle E=90^\circ$，

$\therefore \angle APO=\angle EDO$，

$\therefore \angle EPD=\angle EDO$；

（2）解：连接 OC，

$\therefore PA=PC=6$，

$\because \tan\angle PDA=\frac{3}{4}$，

∴在 Rt△PAD 中，$AD=8$，$PD=10$，

∴$CD=4$，

∵$\tan\angle PDA=\frac{3}{4}$，

∴在 Rt△OCD 中，$OC=OA=3$，$OD=5$，

∵ $\angle EPD=\angle ODE$，

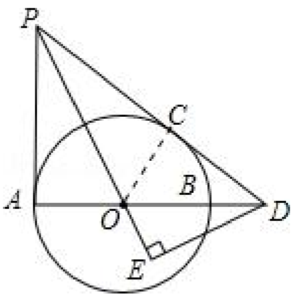
∴△DEP∽△OED，

∴$\frac{DP}{DO}=\frac{PE}{DE}=\frac{ED}{OE}=2$，

∴$DE=2OE$

在 Rt△OED 中，$OE^2+DE^2=OD^2$，即 $5OE^2=5^2$，

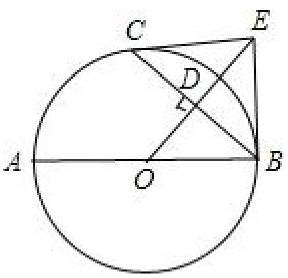
∴$OE=\sqrt{5}$.



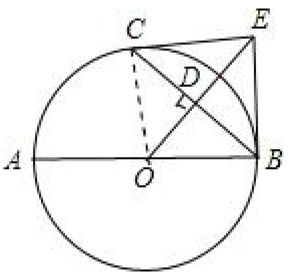
8．已知：如图，AB 是⊙O 的直径，C 是⊙O 上一点，$OD\perp BC$ 于点 D，过点 C 作⊙O 的切线，交 OD 的延长线于点 E，连接 BE.

（1）求证：BE 与⊙O 相切；

（2）连接 AD 并延长交 BE 于点 F，若 $OB=9$，$\sin\angle ABC=\frac{2}{3}$，求 BF 的长.



【解答】证明：（1）连接 OC，



∵$OD\perp BC$，

∴$\angle COE=\angle BOE$，

在△OCE和△OBE中，

∵$\begin{cases}OC=OB\\ \angle COE=\angle BOE\\ OE=OE\end{cases}$，

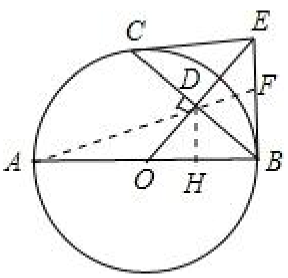
∴$\triangle OCE\cong\triangle OBE$，

∴$\angle OBE=\angle OCE=90°$，即$OB\perp BE$，

∵OB是⊙O半径，

∴BE与⊙O相切．

（2）过点D作$DH\perp AB$，连接AD并延长交BE于点F，



∵$\angle DOH=\angle BOD$，$\angle DHO=\angle BDO=90°$，

∴$\triangle ODH\backsim\triangle OBD$，

∴$\frac{OD}{OB}=\frac{OH}{OD}=\frac{DH}{BD}$

又∵$\sin\angle ABC=\frac{2}{3}$，$OB=9$，

∴$OD=6$，

易得$\angle ABC=\angle ODH$，

∴$\sin\angle ODH=\frac{2}{3}$，即$\frac{OH}{OD}=\frac{2}{3}$，

∴$OH=4$，

∴$DH=\sqrt{OD^2-OH^2}=2\sqrt{5}$，

又∵$\triangle ADH\backsim\triangle AFB$，

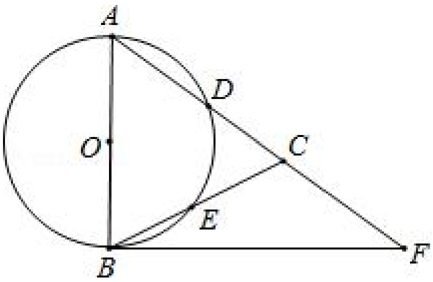
∴$\frac{AH}{AB}=\frac{DH}{FB}$，$\frac{13}{18}=\frac{2\sqrt{5}}{FB}$，

∴$FB=\frac{36\sqrt{5}}{13}$．

9．如图，在△ABC，AB＝AC，以 AB 为直径的⊙O 分别交 AC、BC 于点 D、E，点 F 在 AC 的延长线上，且$\angle CBF=\dfrac{1}{2}\angle CAB$．

（1）求证：直线 BF 是⊙O 的切线；

（2）若 AB＝5，$\sin\angle CBF=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，求 BC 和 BF 的长．



【解答】（1）证明：连接 AE，

∵AB 是⊙O 的直径，

∴$\angle AEB=90°$，

∴$\angle 1+\angle 2=90°$．

∵$AB=AC$，

∴$\angle 1=\dfrac{1}{2}\angle CAB$．

∵$\angle CBF=\dfrac{1}{2}\angle CAB$，

∴$\angle 1=\angle CBF$

∴$\angle CBF+\angle 2=90°$

即$\angle ABF=90°$

∵AB 是⊙O 的直径，

∴直线 BF 是⊙O 的切线．

（2）解：过点 C 作 $CG\perp AB$ 于 G．

∵$\sin\angle CBF=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，$\angle 1=\angle CBF$，

∴$\sin\angle 1=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，

∵在 Rt△AEB 中，$\angle AEB=90°$，$AB=5$，

∴$BE=AB\bullet\sin\angle 1=\sqrt{5}$，

∵$AB=AC$，$\angle AEB=90°$，

∴$BC=2BE=2\sqrt{5}$，

在 Rt△ABE 中，由勾股定理得 $AE=\sqrt{AB^2-BE^2}=2\sqrt{5}$，

∴$\sin\angle 2=\frac{AE}{AB}=\frac{2\sqrt{5}}{5}=\frac{CG}{BC}$，$\cos\angle 2=\frac{BE}{AB}=\frac{\sqrt{5}}{5}=\frac{BG}{BC}$，

在 Rt△CBG 中，可求得 $GC=4$，$GB=2$，

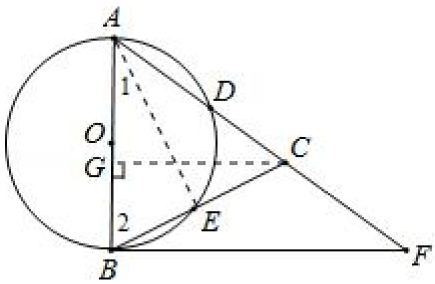
∴$AG=3$，

∵$GC\parallel BF$，

∴△AGC∽△ABF，

∴$\frac{GC}{BF}=\frac{AG}{AB}$

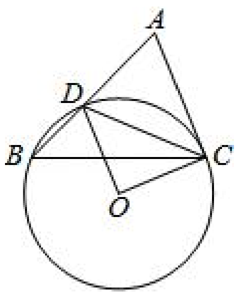
∴$BF=\frac{GC\cdot AB}{AG}=\frac{20}{3}$



10．已知：如图，在△ABC 中，D 是 AB 边上一点，圆 O 过 D、B、C 三点，$\angle DOC=2\angle ACD=90°$．

（1）求证：直线 AC 是圆 O 的切线；

（2）如果 $\angle ACB=75°$，圆 O 的半径为 2，求 BD 的长．



【解答】（1）证明：∵$OD=OC$，$\angle DOC=90°$，

∴$\angle ODC=\angle OCD=45°$．

∵$\angle DOC=2\angle ACD=90°$，

∴$\angle ACD=45°$．

∴$\angle ACD+\angle OCD=\angle OCA=90°$．

∵点 C 在圆 O 上，

∴直线 AC 是圆 O 的切线.

（2）解：方法 1：∵$OD=OC=2$，$\angle DOC=90°$，

∴$CD=2\sqrt{2}$.

∵$\angle ACB=75°$，$\angle ACD=45°$，

∴$\angle BCD=30°$，

作 $DE\perp BC$ 于点 E，则$\angle DEC=90°$，

∴$DE=DC\sin30°=\sqrt{2}$.

∵$\angle B=45°$，

∴$DB=2$.

方法 2：连接 BO

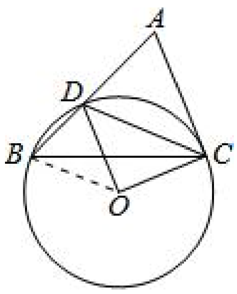
∵$\angle ACB=75°$，$\angle ACD=45°$，

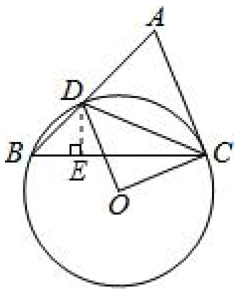
∴$\angle BCD=30°$，∴$\angle BOD=60°$

∵$OD=OB=2$

∴$\triangle BOD$ 是等边三角形

∴$BD=OD=2$.

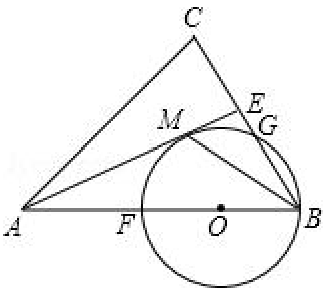




11．已知：如图，在$\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，AE 是角平分线，BM 平分$\angle ABC$ 交 AE 于点 M，经过 B，M 两点的⊙O 交 BC 于点 G，交 AB 于点 F，FB 恰为⊙O 的直径.

（1）求证：AE 与⊙O 相切；

（2）当 $BC=4$，$\cos C=\frac{1}{3}$时，求⊙O 的半径.



【解答】（1）证明：连接 OM，则 $OM=OB$

∴$\angle 1=\angle 2$

∵BM 平分$\angle ABC$

∴$\angle 1=\angle 3$

∴$\angle 2=\angle 3$

∴$OM\parallel BC$

∴$\angle AMO=\angle AEB$

在$\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，AE 是角平分线

∴$AE\perp BC$

∴$\angle AEB=90^\circ$

∴$\angle AMO=90^\circ$

∴$OM\perp AE$

∵点 M 在圆 O 上，

∴AE 与⊙O 相切；

（2）解：在$\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，AE 是角平分线

∴$BE=\dfrac{1}{2}BC$，$\angle ABC=\angle C$

∵$BC=4$，$\cos C=\dfrac{1}{3}$

∴$BE=2$，$\cos\angle ABC=\dfrac{1}{3}$

在$\triangle ABE$ 中，$\angle AEB=90^\circ$

∴$AB=\dfrac{BE}{\cos\angle ABC}=6$

设⊙O 的半径为 r，则 $AO=6-r$

∵$OM\parallel BC$

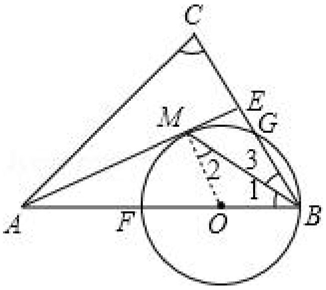
∴$\triangle AOM\backsim\triangle ABE$

$\therefore \frac{OM}{BE}=\frac{AO}{AB}$

$\therefore \frac{r}{2}=\frac{6-r}{6}$

解得 $r=\frac{3}{2}$

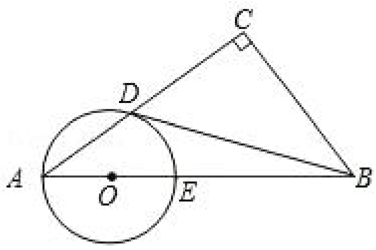
∴⊙*O* 的半径为$\frac{3}{2}$.



12．已知：如图，在 Rt△*ABC* 中，∠*C*＝90°，点 *O* 在 *AB* 上，以 *O* 为圆心，*OA* 长为半径的圆与 *AC*，*AB* 分别交于点 *D*，*E*，且∠*CBD*＝∠*A*．

（1）判断直线 *BD* 与⊙*O* 的位置关系，并证明你的结论；

（2）若 *AD*：*AO*＝8：5，*BC*＝2，求 *BD* 的长．



【解答】解：（1）直线 *BD* 与⊙*O* 相切．

证明：如图，连接 *OD*．

∵*OA*＝*OD*

∴∠*A*＝∠*ADO*

∵∠*C*＝90°，∴∠*CBD*+∠*CDB*＝90°

又∵∠*CBD*＝∠*A*

∴∠*ADO*+∠*CDB*＝90°

∴∠*ODB*＝90°

∴直线 *BD* 与⊙*O* 相切．

（2）解法一：如图，连接 *DE*．

∵*AE* 是⊙*O* 的直径，∴∠*ADE*＝90°

∵AD：AO＝8：5

∴$\cos A=\frac{AD}{AE}=\frac{4}{5}$

∵∠C＝90°，∠CBD＝∠A

$\cos\angle CBD=\frac{BC}{BD}=\frac{4}{5}$

∵BC＝2，

∴$BD=\frac{5}{2}$

解法二：如图，过点 O 作 OH⊥AD 于点 H.

∴AH＝DH＝$\frac{1}{2}AD$

∵AD：AO＝8：5

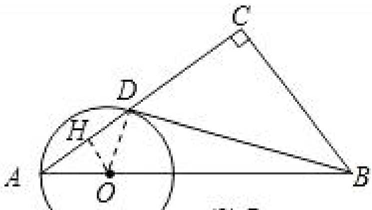
∴$\cos A=\frac{AH}{AO}=\frac{4}{5}$

∵∠C＝90°，∠CBD＝∠A

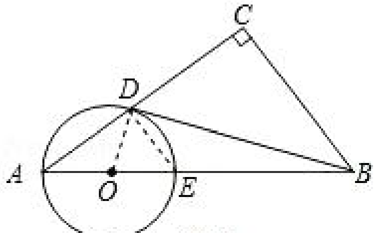
∴$\cos\angle CBD=\frac{BC}{BD}=\frac{4}{5}$

∵BC＝2

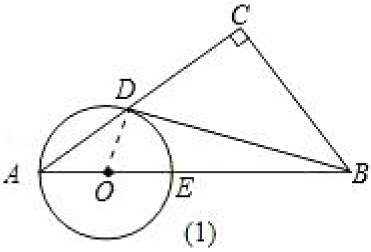
∴$BD=\frac{5}{2}$



(2)②



(2)①



(1)