历年(95-10)年全国数学竞赛(联赛)分类题型详解 - 几何(1)

选择题(30道题)

1. 如果边长顺次为25、39、52与60的四边形内接于一圆，那么此圆的周长为 ［ ]

A．62π B．63π C．64π D．65π

1995年全国初中数学联赛试题

答案: D

详解：四个选择支表明，圆的周长存在且唯一，从而直径也存在且唯一．又由



AB2＋AD2 ＝252＋602 ＝52×（52＋122）＝52×132

＝(32＋42)×132 ＝392＋522 ＝BC2＋CD2

故可取BD＝65为直径，得周长为65π，选D．

2. 设AB是⊙O的一条弦，CD是⊙O的直径，且与弦AB相交，记M＝｜S△CAB－S△DAB｜，N＝2S△OAB，则 [ ]

A．M＞N B．M＝N C．M＜N D．M、N的大小关系不确定

1995年全国初中数学联赛试题



答案: B

详解1: 不失一般性，设CE≥ED，在CE上取CF＝ED，则有OF＝OE，且S△ACE－S△ADE＝S△AEF＝2S△AOE．同理，S△BCE－S△BDE＝2S△BOE．相加，得S△ABC－S△DAB＝2S△OAB，即M＝N．选B．

详解2: 若过C、D、O分别作AB的垂线（图3），CE⊥AB、DF⊥AB、OL⊥AB，垂足分别为E、F、L．连CF、DE，可得梯形CEDF．又由垂径分弦定理，知L是EF的中点．根据课本上做过的一道作业：梯形对角线中点的连线平行底边，并且等于两底差的一半，有

｜CE－DF｜＝2OL．



即M＝N．选B．



3．如图，A是半径为1的圆O外的一点，OA=2，AB是圆O的切线，B是切点，弦BC∥OA，连结AC，则阴影部分的面积等于 [ ]





1996年全国初中数学联赛试题

答案: B

4．如果一个三角形的面积和周长都被一直线所平分，那么该直线必通过这个三角形的 [ ]

 A．内心 B．外心 C．重心 D．垂心

 1996年全国初中数学联赛试题

答案: A

5．如果20个点将某圆周20等分，那么顶点只能在这20个点中选取的正多边形的个数有 [ ]

A．4个 B．8个 C．12个 D．24个

 1996年全国初中数学联赛试题

答案: C

6. 在△ABC中，已知BD和CE分别是两边上的中线，并且BD⊥CE，BD=4，CE=6，那么△ABC的面积等于（ ）

（Ａ）12（Ｂ）14（Ｃ）16（Ｄ）18

 1998年全国数学联赛试卷

答案: C

详解: 连ED，则 

又因为DE是△ABC两边中点连线，所以



故选C．

7．一个凸n边形的内角和小于1999°，那么n的最大值是（ ）．

　　　A．11 B．12 C．13 D．14

 **1999年全国初中数学竞赛**

答案: C

8．在三角形ABC中，D是边BC上的一点，已知AC=5，AD=6，BD=10，CD=5，那么三角形ABC的面积是（ ）．

　　　A．30 B．36 C．72 D．125

 **1999年全国初中数学竞赛**

答案: B

9．在正五边形ABCDE所在的平面内能找到点P，使得△PCD与△BCD的面积相等，并且△ABP为等腰三角形，这样的不同的点P的个数为（ ）．



　　　A．2 B．3 C．4 D．5

 **1999年全国初中数学竞赛**

答案: D

10. 设a，b，c分别是△ABC的三边的长，且，则它的内角∠A、∠B的关系是（ ）。

（A）∠B＞2∠A；（B）∠B＝2∠A；（C）∠B＜2∠A；（D）不确定。

 2000全国初中数学竞赛试题

答案: B



详解: 由得，延长CB至D，使BD＝AB，于是CD＝a+c，在△ABC与△DAC中，∠C为公共角，且BC:AC＝AC:DC，∴△ABC∽△DAC，∠BAC＝∠D，∵∠BAD＝∠D，∴∠ABC＝∠D＋∠BAD＝2∠D＝2∠BAC。

11. 已知△ABC的三边长分别为a，b，c，面积为S，△A1B1C1的三边长分别为a1，b1,C1面积为S1，且a＞a1，b＞b1，c＞c1则S与S1的大小关系一定是（ ）。

（A）S＞S1；（B）S＜S1；（C）S＝S1；（D）不确定。

 2000全国初中数学竞赛试题

答案: D

详解: 分别构造△ABC与△A1B1C1如下：①作△ABC∽△A1B1C1，显然，即S＞S1；②设，则，S＝10，，则S1＝×100＞10，即S＜S1；③设，则，S＝10，，则，S1＝10，即S＝S1；因此，S与S1的大小关系不确定。

12．如下图所示，∠*A*+∠*B*+∠*C*+∠*D*+∠*E*+∠*F*+∠*G*=（ ）.

(A)360° 　　 (B) 450°　　 (C) 540° 　 (D) 720°



 2003年“*TRULY*®信利杯”全国初中数学竞赛试题

答案: ．C

详解: 如图所示，∠*B*+∠*BMN*+∠*E*+∠*G*=360°，∠*FNM*+∠*F*+∠*A*+∠*C*=360°，

而∠*BMN* +∠*FNM* =∠*D*＋180°，所以

∠*A*+∠*B*+∠*C*+∠*D*+∠*E*+∠*F*+∠*G*=540°.

13．四条线段的长分别为9，5，*x*，1（其中*x*为正实数），用它们拼成两个直角三角形，且*AB*与*CD*是其中的两条线段（如上图），则*x*可取值的个数为（ ）.

(A)2个 　 (B)3个 　　 (C)4个 　 (D) 6个



 2003年“*TRULY*®信利杯”全国初中数学竞赛试题

答案: D

详解: 显然*AB*是四条线段中最长的，故*AB*=9或*AB*=*x*。

（1）若*AB*=9，当*CD*=*x*时，，；

当*CD*=5时，，；

当*CD*=1时，，.

（2）若*AB*=*x*，当*CD*=9时，，；

当*CD*=5时，，；

当*CD*=1时，，.

故*x*可取值的个数为6个.

14．如图所示，在△*ABC*中，*DE*∥*AB*∥*FG*，且*FG*到*DE、AB*的距离之比为1:2. 若△*ABC*的面积为32，△*CDE*的面积为2，则△*CFG*的面积*S*等于 （ ）.



（A）6 （B）8 (C）10 （D）12

 2004年“*TRULY*®信利杯”全国初中数学竞赛试题

答案: （B）

详解: 由*DE*∥*AB*∥*FG*知，△*CDE*∽△*CAB*，△*CDE*∽△*CFG*，所以

，

又由题设知，所以

，

，

故，于是

，.

因此，结论（B）是正确的.

15. 如图，有一块矩形纸片ABCD，AB＝8，AD＝6.　将纸片折叠，使得AD边落在AB边上，折痕为AE，再将△AED沿DE向右翻折，AE与BC的交点为F，则△CEF的面积为（　　　）



　A.2　　　B.4　　　C.6　　　D.8

 2005年“卡西欧杯”全国初中数学竞赛试题

答案: A



16.已知点I是锐角三角形ABC的内心，A1，B1，C1分别是点I关于边BC，CA，AB的对称点.　若点B在△A1 B1 C1的外接圆上，则∠ABC等于（　　　）

　A.30°　　　B.45°　　　C.60°　　　D.90°

 2005年“卡西欧杯”全国初中数学竞赛试题

答案: C



17．Rt△ABC的三个顶点*A*，*B*，*C*均在抛物线上，并且斜边*AB*平行于*x*轴．若斜边上的高为*h*，则（ ）

（A）*h*<1 （B）*h*=1 （C）1<*h*<2 （D）*h*>2

 2006年全国初中数学竞赛试题

答案: B．

详解: 设点A的坐标为（*a*，*a*2），点C的坐标为（*c*，*c*2）（*|*c*|*<*|a|*），则点B的坐标为

（－*a*，*a*2），由勾股定理，得，

， 

所以 ．

由于，所以*a*2－*c*2=1，故斜边*AB*上高*h= a*2－*c*2=1

故选B．

18．如图，正方形*ABCD*内接于⊙*O*，点*P*在劣弧*AB*上，连结*DP*，交*AC*于点*Q*．若*QP=QO*，则的值为（ ）

（第5题图）

# A

# B

# C

# D

# O

# O

# Q

# P

（A） （B） （C） （D）

 2006年全国初中数学竞赛试题

答案: D．

详解: 如图，设⊙*O*的半径为*r*，*QO=m*，则*QP=m*，*QC=r*＋*m*，*QA=r*－*m*．



在⊙*O*中，根据相交弦定理，得*QA*·*QC=QP*·*QD*．

即 (*r－m*)(*r*＋*m*)*=m*·*QD* ，所以 *QD=*．

连结*DO*，由勾股定理，得*QD*2=*DO*2＋*QO*2，

即 ， 解得

所以， 

故选D．

19．已知△为锐角三角形，⊙经过点*B*，*C*，且与边*AB*，*AC*分别相交于点*D*，*E*． 若⊙的半径与△的外接圆的半径相等，则⊙一定经过△的（ ）．

（A）内心 （B）外心 （C）重心 （D）垂心

 “《数学周报》杯”2007年全国初中数学竞赛

答案: （B）．

详解: 如图，连接*BE*，因为△为锐角三角形，所以，均为锐角．又因为⊙的半径与△的外接圆的半径相等，且为两圆的公共弦，所以．于是，．

若△的外心为，则，所以，⊙一定过△的外心．

故选（B）．



20．如图，AB是半圆的直径，弦AD，BC相交于P，已知∠DPB＝60°，D是弧BC的中点，则tan∠ADC等于（　　）

A．　　B．2　　C．　　D．

 2007年浙江省初中数学竞赛试题

答案: D



21．如图，△ABC中，AB＝AC，∠A＝36°，CD是角平分线，则△DBC的面积与△ABC的面积的比值是（　　）

A．　　B．[](http://www.1230.org)　　C．　　D．

 2007年浙江省初中数学竞赛试题

答案: C



22．有两个同心圆，大圆周上有4个不同的点，小圆周上有2个不同的点，则这6个点可确定的不同直线最少有 （　　）

（A）6条 （B）8条 （C）10条 （D）12

 “《数学周报》杯”2008年全国初中数学竞赛试题

答案: *B*

23．已知*AB*是半径为1的圆*O*的一条弦，且*AB*＝*a*＜1．以*AB*为一边在圆*O*内作正△*ABC*，点*D*为圆*O*上不同于点*A*的一点，且*DB*＝*AB*＝*a*，*DC*的延长线交圆*O*于点*E*，则*AE*的长为 （　　）

（A）*a* （B）1 （C） （D）*a*

 “《数学周报》杯”2008年全国初中数学竞赛试题

答案: *B*

24．如图，设，，为三角形的三条高，若，，，则线段的长为 （ ）

. 4. . .

2008年全国初中数学联合竞赛试题

答案: .

详解: 因为，，为三角形的三条高，易知四点共圆，

于是△∽△，故，即，所以.

在Rt△中，. 故选.

25．在△中，，，和分别是这两个角的外角平分线，且点分别在直线和直线上，则 （ ）

.  .

 .  和的大小关系不确定.

 2008年全国初中数学联合竞赛试题

答案: .

详解: ∵，为的外角平分线，∴.

又，∴，

∴.

又，

∴

，

∴. 因此，.故选.

26．在△ABC中，最大角∠A是最小角∠C的两倍，且AB＝7，AC＝8，则BC＝（ ）

A.. B. . C. . D. .

 2009年全国初中数学联合竞赛试题

答案: C

27．设正方形ABCD的中心为点O，在以五个点A、B、C、D、O为顶点所构成的所有三角形中任意取出两个，它们的面积相等的概率为 （ ）

A.. B. . C. . D. .

 2009年全国初中数学联合竞赛试题

答案: B

28．如图，在矩形ABCD中，AB＝3，BC＝2，以BC为直径在矩形内作半圆，自点A作半圆的切线AE，则CBE＝ （ ）

A.. B. . C. . D. .

2009年全国初中数学联合竞赛试题

答案: D

29．如图，菱形*ABCD*的边长为*a*，点*O*是对角线*AC*上的一点，且*OA*＝*a*，*OB*＝*OC*＝*OD*＝1，则*a*等于（ ）．

（A） （B） （C）1 （D）2

2010年全国初中数学联合竞赛试题

答案: A．

详解: 因为△*BOC* ∽ △*ABC*，所以，即

 ，

所以， ．

由，解得．

30．如图，在四边形*ABCD*中，∠*B*＝135°，∠*C*＝120°，*AB*=，*BC*=，*CD*＝，则*AD*边的长为（ ）．

（A） （B）

（C） （D）

 2010年全国初中数学联合竞赛试题

答案: D

详解: 如图，过点*A*，*D*分别作*AE*，*DF*垂直于直线*BC*，垂足分别为*E*，*F*．

由已知可得

*BE*=*AE*=，*CF*＝，*DF*＝2，

于是 *EF*＝4＋．

过点*A*作*AG*⊥*DF*，垂足为*G*．在Rt△*ADG*中，根据勾股定理得

*AD*＝．

勾股定理、涉及双重二次根式的化简，补全图形法