2018-2019 学年天津市河东区九年级（上）期末数学模拟试卷

一．选择题（共 12 小题，满分 36 分，每小题 3 分）

1．方程 $x^2=4x$ 的根是（　　）

A．$x=4$　　B．$x=0$　　C．$x_1=0$，$x_2=4$　　D．$x_1=0$，$x_2=-4$

2．抛物线 $y=2(x-1)^2+2$ 顶点坐标是（　　）

A．（1，2）　　B．（－1，2）　　C．（1，－2）　　D．（－1，－2）

3．下列所给的汽车标志图案中，既是轴对称图形，又是中心对称图形的是（　　）

A．

B．

C．

D．

4．抛物线 $y=3(x-2)^2+5$ 的顶点坐标是（　　）

A．（－2，5）　　B．（－2，－5）　　C．（2，5）　　D．（2，－5）

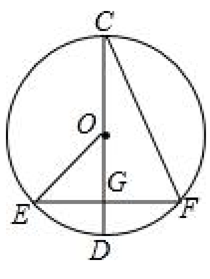
5．在一个不透明的盒子里有 2 个红球和 n 个白球，这些球除颜色外其余完全相同，摇匀后随机摸出一个，摸到红球的概率是$\frac{1}{5}$，则 n 的值为（　　）

A．10　　B．8　　C．5　　D．3

6．下列关于 x 的方程中一定没有实数根的是（　　）

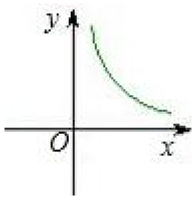
A．$x^2-x-1=0$　　B．$4x^2-6x+9=0$　　C．$x^2=-x$　　D．$x^2-mx-2=0$

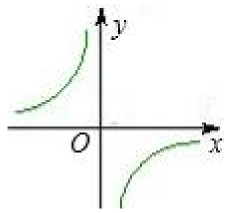
7．如图，⊙O 的半径为 6，直径 CD 过弦 EF 的中点 G，若 $\angle EOD=60°$，则弦 CF 的长等于（　　）

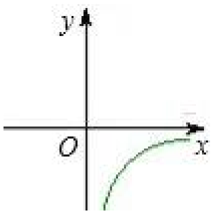


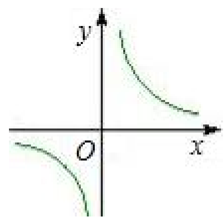
A．6　　B．$6\sqrt{3}$　　C．$3\sqrt{3}$　　D．9

8．在下图中，反比例函数 $y=\frac{2}{x}$ 的图象大致是（　　）

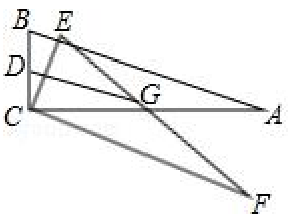
A. 

B. 

C. 

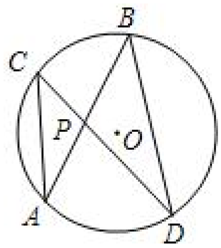
D. 

9．如图，在 Rt△*ABC* 中，∠*ACB*＝90°，∠*A*＝30°，*AC*＝$4\sqrt{3}$，*BC* 的中点为 *D*．将△*ABC* 绕点 *C* 顺时针旋转任意一个角度得到△*FEC*，*EF* 的中点为 *G*，连接 *DG*．在旋转过程中，*DG* 的最大值是（　　）



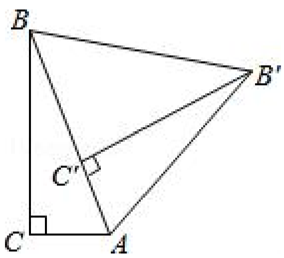
A．$4\sqrt{3}$　　B．6　　C．$2+2\sqrt{3}$　　D．8

10．如图，⊙*O* 中，弦 *AB*、*CD* 相交于点 *P*，若∠*A*＝30°，∠*APD*＝70°，则∠*B* 等于（　　）



A．30°　　B．35°　　C．40°　　D．50°

11．如图，在△*ABC* 中，∠*C*＝90°，∠*BAC*＝70°，将△*ABC* 绕点 *A* 顺时针旋转 70°，*B*、*C* 旋转后的对应点分别是 *B*′ 和 *C*′，连接 *BB*′，则∠*BB*′*C*′ 的度数是（　　）



A．35°　　B．40°　　C．45°　　D．50°

12．点 P 反比例函数 $y=-\frac{2\sqrt{3}}{x}$的图象上，过点 P 分别作坐标轴的垂线段 PM、PN，则四边形 $OMPN$ 的面积＝（　　）

A．$\sqrt{3}$　　B．2　　C．$2\sqrt{3}$　　D．1

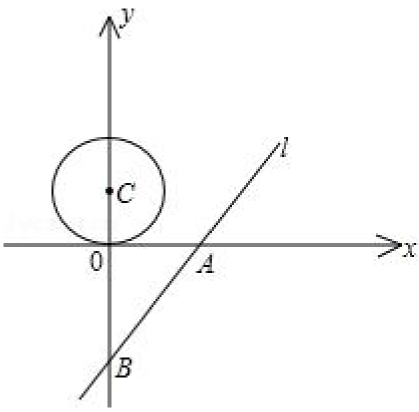
二．填空题（共 6 小题，满分 18 分，每小题 3 分）

13．若二次函数 $y=2(x+1)^2+3$ 的图象上有三个不同的点 $A(x_1，4)$、$B(x_1+x_2，n)$、$C(x_2，4)$，则 n 的值为_______．

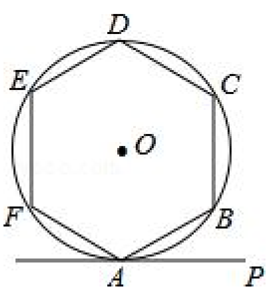
14．已知反比例函数 $y=\frac{3}{x}$，$x>0$ 时，y_______0，这部分图象在第_______象限，y 随着 x 值的增大而_______．

15．小明掷一枚均匀的骰子，骰子的六个面上分别刻有 1，2，3，4，5，6 点，得到的点数为奇数的概率是_______．

16．如图，直线 l 与 x 轴、y 轴分别交于点 A、B，且 $OB=4$，$\angle ABO=30°$，一个半径为 1 的⊙C，圆心 C 从点（0，1）开始沿 y 轴向下运动，当⊙C 与直线 l 相切时，⊙C 运动的距离是_______



17. 如图，正六边形 $ABCDEF$ 内接于⊙O．若直线 PA 与⊙O 相切于点 A，则∠PAB＝_______．



18．已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）的图象如图，有下列 6 个结论：

①$abc<0$；

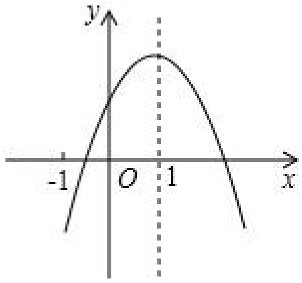
②$b<a-c$；

③$4a+2b+c>0$；

④$2c<3b$；

⑤$a+b<m(am+b)$，（$m\neq1$ 的实数）

⑥$2a+b+c>0$，其中正确的结论的有_______.



三．解答题（共 7 小题，满分 66 分）

19．用适当的方法解下列方程：

（1）$x^2-3x=0$

（2）$x^2-4x+2=0$

（3）$x^2-x-6=0$

（4）$(x+1)(x-2)=4-2x$

20．已知 $A=\frac{(a+b)^2-4ab}{ab(a-b)^2}$（$ab\neq 0$ 且 $a\neq b$）

（1）化简 A；

（2）若点 P（a，b）在反比例函数 $y=-\frac{5}{x}$的图象上，求 A 的值．

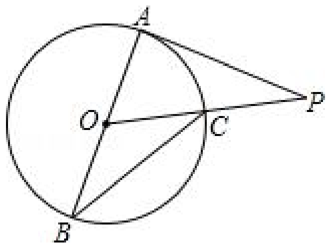
21．已知一个不透明的袋子中装有 7 个只有颜色不同的球，其中 2 个白球，5 个红球．

（1）求从袋中随机摸出一个球是红球的概率．

（2）从袋中随机摸出一个球，记录颜色后放回，摇匀，再随机摸出一个球，求两次摸出的球恰好颜色不同的概率．

（3）若从袋中取出若干个红球，换成相同数量的黄球．搅拌均匀后，使得随机从袋中摸出两个球，颜色是一白一黄的概率为$\frac{2}{7}$，求袋中有几个红球被换成了黄球．

22．如图，AB 是⊙O 的直径，PA 切⊙O 于 A，OP 交⊙O 于 C，连 BC．若$\angle P=30°$，求$\angle B$ 的度数．



23．某企业设计了一款工艺品，每件的成本是 50 元，为了合理定价，投放市场进行试销．据市场调查，销售单价是 100 元时，每天的销售量是 50 件，而销售单价每降低 1 元，每天就可多售出 5 件，但要求销售单价不得低于成本．

（1）求出每天的销售利润 y（元）与销售单价 x（元）之间的函数关系式；

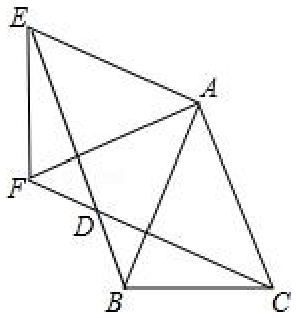
（2）求出销售单价为多少元时，每天的销售利润最大？最大利润是多少？

（3）如果该企业要使每天的销售利润不低于 4000 元，那么销售单价应控制在什么范围内？

24．如图，△ABC 中，AB＝AC，∠BAC＝45°，△AEF 是由△ABC 绕点 A 按顺时针方向旋转得到的，连接 BE、CF 相交于点 D

（1）求证：BE＝CF；

（2）当四边形 $ACDE$ 为平行四边形时，求证：△ABE 为等腰直角三角形．

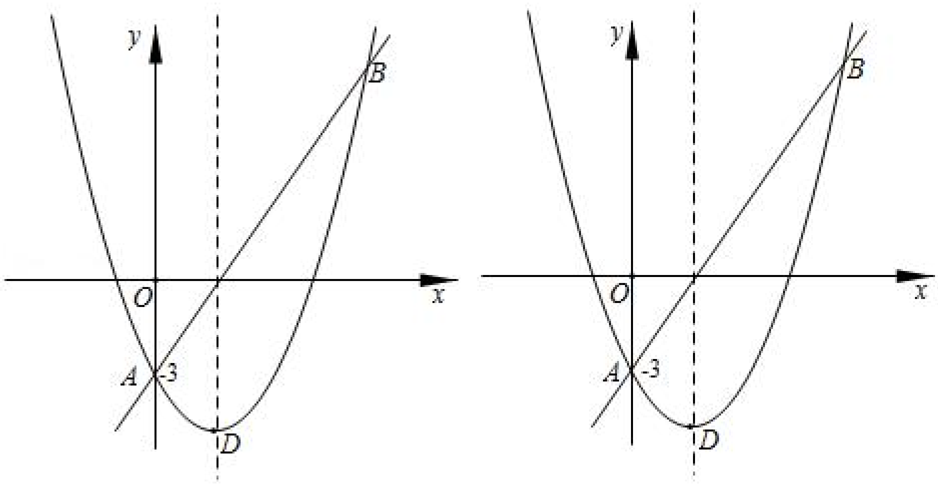


25．如图，直线 AB 和抛物线的交点是 A（0，－3），B（5，9），已知抛物线的顶点 D 的横坐标是 2．

（1）求抛物线的解析式及顶点坐标；

（2）在 x 轴上是否存在一点 C，与 A，B 组成等腰三角形？若存在，求出点 C 的坐标，若不在，请说明理由；

（3）在直线 AB 的下方抛物线上找一点 P，连接 PA，PB 使得△PAB 的面积最大，并求出这个最大值．



参考答案

一．选择题（共 12 小题，满分 36 分，每小题 3 分）

1．【解答】解：方程整理得：x（$x-4$）$=0$，

可得 $x=0$ 或 $x-4=0$，

解得：$x_1=0$，$x_2=4$，

故选：C．

2．【解答】解：∵抛物线解析式为 $y=2$（$x-1$）$^2+2$，

∴抛物线的顶点坐标为（1，2）．

故选：A．

3．【解答】解：A、是轴对称图形，不是中心对称图形，故本选项错误；

B、既是轴对称图形，又是中心对称图形，故本选项正确；

C、是轴对称图形，不是中心对称图形，故本选项错误；

D、是轴对称图形，不是中心对称图形，故本选项错误．

故选：B．

4．【解答】解：抛物线 $y=3$（$x-2$）$^2+5$ 的顶点坐标为（2，5），

故选：C．

5．【解答】解：∵在一个不透明的盒子里有 2 个红球和 n 个白球，这些球除颜色外其余完全相同，摇匀后随机摸出一个，摸到红球的概率是$\frac{1}{5}$，

∴$\frac{2}{2+n}=\frac{1}{5}$，

解得 $n=8$．

故选：B．

6．【解答】解：A、$\triangle=5>0$，方程有两个不相等的实数根；

B、$\triangle=-108<0$，方程没有实数根；

C、$\triangle=1=0$，方程有两个相等的实数根；

D、$\triangle=m^2+8>0$，方程有两个不相等的实数根．

故选：B．

7．【解答】解：连接 DF，

∵直径 CD 过弦 EF 的中点 G，

$\therefore \widehat{DE}=\widehat{DF}$，

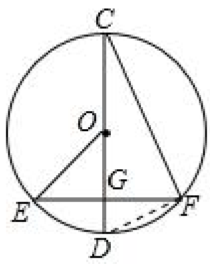
$\therefore \angle DCF=\dfrac{1}{2}\angle EOD=30°$，

$\because CD$ 是$\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle CFD=90°$，

$\therefore CF=CD\bullet\cos\angle DCF=12\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}$，

故选：B．



8．【解答】解：$\because k=2$，可根据 $k>0$，反比例函数图象在第一、三象限；

$\therefore$在每个象限内，y 随 x 的增大而减小．

故选：D．

9．【解答】解：$\because \angle ACB=90°$，$\angle A=30°$，

$\therefore AB=AC\div\cos30°=4\sqrt{3}\div\dfrac{\sqrt{3}}{2}=8$，

$BC=AC\bullet\tan30°=4\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=4$，

$\because BC$ 的中点为 D，

$\therefore CD=\dfrac{1}{2}BC=\dfrac{1}{2}\times4=2$，

连接 CG，$\because \triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转任意一个角度得到$\triangle FEC$，EF 的中点为 G，

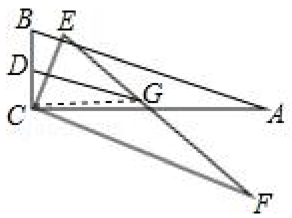
$\therefore CG=\dfrac{1}{2}EF=\dfrac{1}{2}AB=\dfrac{1}{2}\times8=4$，

由三角形的三边关系得，$CD+CG>DG$，

$\therefore D$、C、G 三点共线时 DG 有最大值，

此时 $DG=CD+CG=2+4=6$．

故选：B．



10.【解答】解：∵$\angle APD$是$\triangle APC$的外角，

∴$\angle APD=\angle C+\angle A$；

∵$\angle A=30^\circ$，$\angle APD=70^\circ$，

∴$\angle C=\angle APD-\angle A=40^\circ$；

∴$\angle B=\angle C=40^\circ$；

故选：C.

11.【解答】解：∵$AB=AB'$，

∴$\angle ABB'=\angle AB'B=\dfrac{180^\circ-\angle BAB'}{2}=\dfrac{180^\circ-70^\circ}{2}=55^\circ$，

在直角$\triangle BB'C$中，$\angle BB'C=90^\circ-55^\circ=35^\circ$.

故选：A.

12.【解答】解：∵点P反比例函数$y=-\dfrac{2\sqrt{3}}{x}$的图象上，

∴过点P分别作坐标轴的垂线段PM、PN，所得四边形$OMPN$的面积为$|-2\sqrt{3}|=2\sqrt{3}$.

故选：C.

二．填空题（共6小题，满分18分，每小题3分）

13.【解答】解：∵A（x_1，4）、C（x_2，4）在二次函数$y=2(x+1)^2+3$的图象上，

∴$2(x+1)^2+3=4$，

∴$2x^2+4x+1=0$，

根据根与系数的关系得，$x_1+x_2=-2$，

∵B（x_1+x_2，n）在二次函数$y=2(x+1)^2+3$的图象上，

∴$n=2(-2+1)^2+3=5$，

故答案为5.

14.【解答】解：反比例函数$y=\dfrac{3}{x}$，$x>0$时，$y>0$，这部分图象在第一象限，y随着x值的增大而减小.

故答案为：>；一；减小.

15.【解答】解：根据题意知，掷一次骰子6个可能结果，而奇数有3个，所以掷到上面为

奇数的概率为$\frac{1}{2}$.

故答案为：$\frac{1}{2}$.

16.【解答】解：设第一次相切的切点为E，第二次相切的切点为F，连接EC'，FC''，

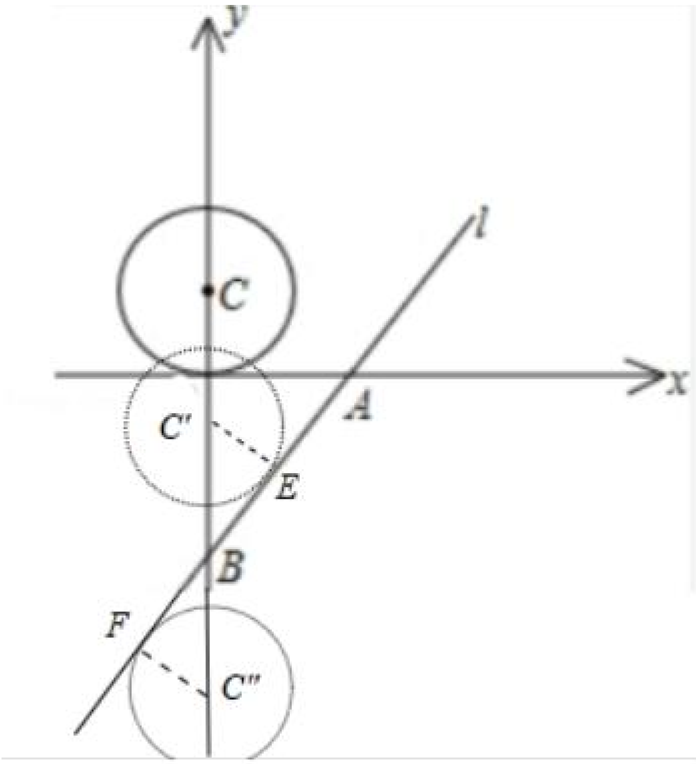
在 Rt$\triangle BEC'$中，$\angle ABC=30°$，$EC'=1$，

$\therefore BC'=2EC'=2$，

$\because BC=5$，

$\therefore CC'=3$，同法可得$CC''=7$，

故答案为 3 或 7.



17.【解答】解：连接OB，AD，BD，

$\because$多边形$ABCDEF$是正多边形，

$\therefore AD$为外接圆的直径，

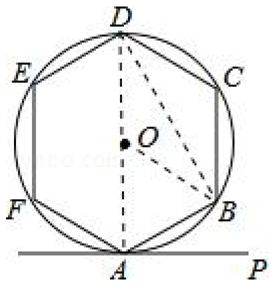
$\angle AOB=\frac{360°}{6}=60°$，

$\therefore \angle ADB=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times 60°=30°$.

$\because$直线PA与$\odot O$相切于点A，

$\therefore \angle PAB=\angle ADB=30°$.

故答案为：$30°$.



18.【解答】解：①∵该抛物线开口方向向下，

∴$a<0$.

∵抛物线对称轴在 y 轴右侧，

∴a、b 异号，

∴$b>0$；

∵抛物线与 y 轴交于正半轴，

∴$c>0$，

∴$abc<0$；

故①正确；

②∵$a<0$，$c>0$，

∴$a-c<0$，

∵$b>0$，

∴$b>a-c$，

故②错误；

③根据抛物线的对称性知，当 $x=2$ 时，$y>0$，即 $4a+2b+c>0$；故③正确；

④∵对称轴方程 $x=-\frac{b}{2a}=1$，

∴$b=-2a$，

∴$a=-\frac{1}{2}b$，

∵当 $x=-1$ 时，$y=a-b+c<0$，

∴$-\frac{3}{2}b+c<0$，

∴$2c<3b$，

故④正确；

⑤∵$x=m$ 对应的函数值为 $y=am^2+bm+c$，

$x=1$ 对应的函数值为 $y=a+b+c$，

又 $x=1$ 时函数取得最大值，

当 $m\neq1$ 时，$a+b+c>am^2+bm+c$，即 $a+b>am^2+bm=m(am+b)$，

故⑤错误．

⑥∵$b=-2a$，

∴$2a+b=0$，

∵$c>0$，

∴$2a+b+c>0$，

故⑥正确．

综上所述，其中正确的结论的有：①③④⑥．

故答案为：①③④⑥．

三．解答题（共 7 小题，满分 66 分）

19．【解答】解：（1）$x^2-3x=0$，

$x(x-3)=0$，

$x=0$，$x-3=0$，

$x_1=0$，$x_2=3$；

（2）移项，得

$x^2-4x=-2$，

配方，得

$x^2-4x+4=2$，

即 $(x-2)^2=2$，

开方，得

$x-2=\pm\sqrt{2}$，

$x_1=2+\sqrt{2}$，$x_2=2-\sqrt{2}$；

（3）$x^2-x-6=0$

$(x-3)(x+2)=0$，

$x-3=0$，$x+2=0$，

$x_1=3$，$x_2=-2$；

（4）$(x+1)(x-2)=4-2x$

$(x+1)(x-2)-2(x-2)=0$

$(x-2)(x+1-2)=0$，

$x-2=0$ 或 $x-1=0$，

$x_1=2$，$x_2=1$．

20．【解答】解：（1）$A=\frac{(a+b)^2-4ab}{ab(a-b)^2}$，

$=\frac{a^2+b^2+2ab-4ab}{ab(a-b)^2}$，

$=\frac{(a-b)^2}{ab(a-b)^2}$，

$=\frac{1}{ab}$．

（2）∵点 P（a，b）在反比例函数 $y=-\frac{5}{x}$的图象上，

∴$ab=-5$，

∴$A=\frac{1}{ab}=-\frac{1}{5}$．

21．【解答】解：（1）∵袋中共有 7 个小球，其中红球有 5 个，

∴从袋中随机摸出一个球是红球的概率为$\frac{5}{7}$；

（2）列表如下：

	白	白	红	红	红	红	红
白	（白，白）	（白，白）	（白，红）	（白，红）	（白，红）	（白，红）	（白，红）
白	（白，白）	（白，白）	（白，红）	（白，红）	（白，红）	（白，红）	（白，红）
红	（白，红）	（白，红）	（红，红）	（红，红）	（红，红）	（红，红）	（红，红）
红	（白，红）	（白，红）	（红，红）	（红，红）	（红，红）	（红，红）	（红，红）
红	（白，红）	（白，红）	（红，红）	（红，红）	（红，红）	（红，红）	（红，红）
红	（白，红）	（白，红）	（红，红）	（红，红）	（红，红）	（红，红）	（红，红）
红	（白，红）	（白，红）	（红，红）	（红，红）	（红，红）	（红，红）	（红，红）

由表知共有 49 种等可能结果，其中两次摸出的球恰好颜色不同的有 20 种结果，

∴两次摸出的球恰好颜色不同的概率为$\frac{20}{49}$;

（3）设有 x 个红球被换成了黄球.

根据题意，得：$\frac{2x+2x}{42}=\frac{2}{7}$,

解得：$x=3$，

即袋中有 3 个红球被换成了黄球.

22.【解答】解：∵PA 切⊙O 于 A，AB 是⊙O 的直径，

∴$\angle PAO=90°$，

∵$\angle P=30°$，

∴$\angle AOP=60°$，

∴$\angle B=\frac{1}{2}\angle AOP=30°$.

23.【解答】解：（1）$y=(x-50)[50+5(100-x)]$

$=(x-50)(-5x+550)$

$=-5x^2+800x-27500$，

∴$y=-5x^2+800x-27500$（$50\leqslant x\leqslant 100$）;

（2）$y=-5x^2+800x-27500=-5(x-80)^2+4500$，

∵$a=-5<0$，

∴抛物线开口向下.

∵$50\leqslant x\leqslant 100$，对称轴是直线 $x=80$，

∴当 $x=80$ 时，$y_{最大值}=4500$;

（3）当 $y=4000$ 时，$-5(x-80)^2+4500=4000$，

解得 $x_1=70$，$x_2=90$.

∴当 $70\leqslant x\leqslant 90$ 时，每天的销售利润不低于 4000 元.

24.【解答】解：（1）证明：∵△AEF 是由△ABC 绕点 A 按顺时针方向旋转得到的，

∴$AE=AB$，$AF=AC$，$\angle EAF=\angle BAC$，

∴$\angle EAF+\angle BAF=\angle BAC+\angle BAF$，即$\angle EAB=\angle FAC$，

∵$AB=AC$，

∴$AE=AF$，

∴△AEB 可由△AFC 绕点 A 按顺时针方向旋转得到，

∴$BE=CF$；

（2）在□$ABCD$ 中，$\angle EAC+\angle ACF=180°$

∴$\angle EAF=\angle BAC=45°$

∴$\angle FAB+\angle ACF=90°$

又 $AF=AC$

∴$\angle F=\angle ACF$

∴$\angle FAB+\angle F=90°$

∴$\angle ACF=45°$

∴△AFC 为等腰直角三角形

∴△ABE 为等腰直角三角形

25．【解答】解：（1）抛物线的顶点 D 的横坐标是 2，则 $x=-\frac{b}{2a}=2$…①，

抛物线过是 A（0，－3），则：函数的表达式为：$y=ax^2+bx-3$，

把 B 点坐标代入上式得：$9=25a+5b-3$…②，

联立①、②解得：$a=\frac{12}{5}$，$b=-\frac{48}{5}$，$c=-3$，

∴抛物线的解析式为：$y=\frac{12}{5}x^2-\frac{48}{5}x-3$，

当 $x=2$ 时，$y=-\frac{63}{5}$，即顶点 D 的坐标为（2，$-\frac{63}{5}$）；

（2）A（0，－3），B（5，9），则 $AB=13$，

①当 $AB=AC$ 时，设点 C 坐标（m，0），

则：$(m)^2+(-3)^2=13^2$，解得：$m=\pm4\sqrt{10}$，

即点 C 坐标为：（$4\sqrt{10}$，0）或（$-4\sqrt{10}$，0）；

②当 $AB=BC$ 时，设点 C 坐标（m，0），

则：$(5-m)^2+9^2=13^2$，解得：$m=5\pm2\sqrt{22}$，

即：点 C 坐标为（$5+2\sqrt{22}$，0）或（$5-2\sqrt{22}$，0），

③当 $AC=BC$ 时，设点 C 坐标（m，0），

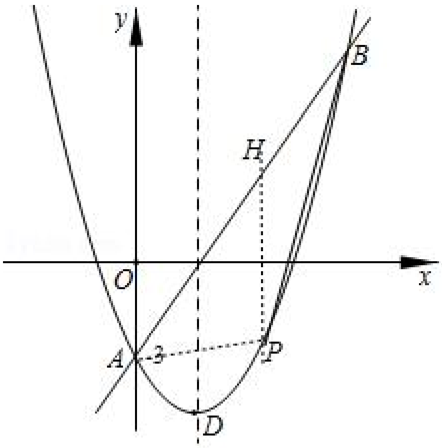
则：点 C 为 AB 的垂直平分线于 x 轴的交点，

则点 C 坐标为（$\frac{97}{10}$，0），

故：存在，

点 C 的坐标为：（$4\sqrt{10}$，0）或（$-4\sqrt{10}$，0）或（$5+2\sqrt{22}$，0）或（$5-2\sqrt{22}$，0）或（$\frac{97}{10}$，0）；

（3）过点 P 作 y 轴的平行线交 AB 于点 H，



设：AB 所在的直线过点 A（0，-3），则设直线 AB 的表达式为 $y=kx-3$，

把点 B 坐标代入上式，$9=5k-3$，则 $k=\frac{12}{5}$，

故函数的表达式为：$y=\frac{12}{5}x-3$，

设：点 P 坐标为（m，$\frac{12}{5}m^2-\frac{48}{5}m-3$），则点 H 坐标为（m，$\frac{12}{5}m-3$），

$S_{\triangle PAB}=\frac{1}{2}\cdot PH\cdot x_B=\frac{5}{2}(-\frac{12}{5}m^2+12m)$，

当 $m=2.5$ 时，$S_{\triangle PAB}$ 取得最大值为：$\frac{27}{2}$，

答：$\triangle PAB$ 的面积最大值为$\frac{27}{2}$.