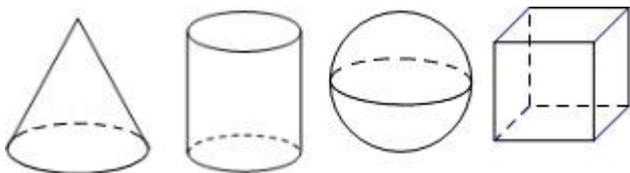


2018-2019 学年山东省济宁市金乡县九年级（上）期末数学模拟

试卷

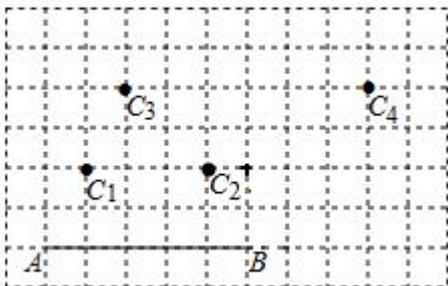
一. 选择题（共 10 小题，满分 30 分，每小题 3 分）

1. 在下图的四个立体图形中，从正面看是四边形的立体图形有（ ）



- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

2. 如图， $\triangle ABC$ 在边长为 1 个单位的方格纸中，它的顶点在小正方形的顶点位置。如果 $\triangle ABC$ 的面积为 10，且 $\sin A = \frac{\sqrt{5}}{5}$ ，那么点 C 的位置可以在（ ）

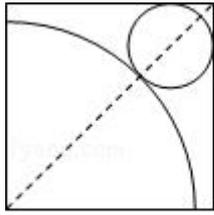


- A. 点 C_1 处 B. 点 C_2 处 C. 点 C_3 处 D. 点 C_4 处
3. 关于 x 的方程 $x^2 - 2mx + 4 = 0$ 有两个不同的实根，并且有一个根小于 1，另一个根大于 3，则实数 m 的取值范围为（ ）

- A. $m > \frac{5}{2}$ B. $m < -\frac{5}{2}$
- C. $m < -2$ 或 $m > 2$ D. $m > \frac{13}{6}$

4. 若反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象经过点 $P(2, -3)$ ，则该函数的图象不经过的点是（ ）

- A. $(3, -2)$ B. $(1, -6)$ C. $(-1, 6)$ D. $(-1, -6)$
5. 如图（1），在正方形铁皮上剪下一个圆形和扇形，使之恰好围成图（2）所示的一个圆锥模型，则圆的半径 r 与扇形的半径 R 之间的关系为（ ）



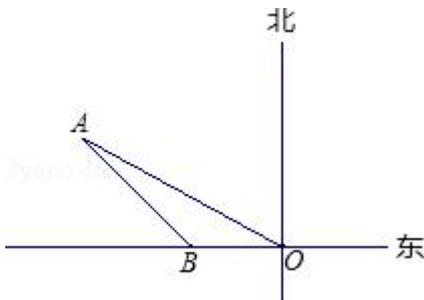
图(1)



图(2)

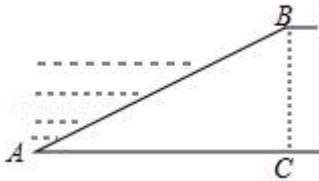
- A. $R=2r$ B. $R=r$ C. $R=3r$ D. $R=4r$

6. 如图, 某轮船在点 O 处测得一个小岛上的电视塔 A 在北偏西 60° 的方向, 船向西航行 20 海里到达 B 处, 测得电视塔 A 在船的西北方向, 若要轮船离电视塔最近, 则还需向西航行 ()



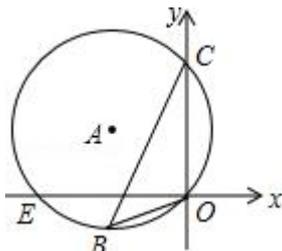
- A. $10(\sqrt{3}+1)$ 海里 B. $10(\sqrt{3}-1)$ 海里
C. $20(\sqrt{3}+1)$ 海里 D. $20(\sqrt{3}-1)$ 海里

7. 如图所示, 河堤横断面迎水坡 AB 的坡比是 $1:\sqrt{5}$, 堤高 $BC=4m$, 则坡面 AB 的长度是 ()



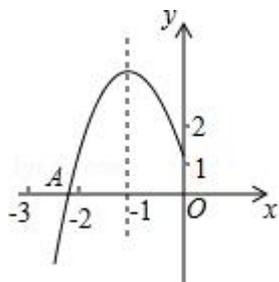
- A. $\sqrt{5}m$ B. $4\sqrt{5}m$ C. $2\sqrt{6}m$ D. $4\sqrt{6}m$

8. 如图, $\odot A$ 经过点 E 、 B 、 C 、 O , 且 $C(0, 8)$, $E(-6, 0)$, $O(0, 0)$, 则 $\cos\angle OBC$ 的值为 ()

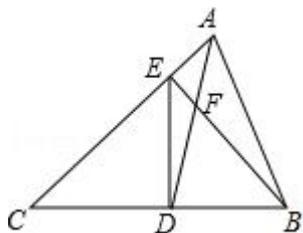


- A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{4}{5}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{3}{16}$

9. 如图所示, 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的顶点为 $B(-1, 3)$, 与 x 轴的交点 A 在点 $(-3, 0)$ 和 $(-2, 0)$ 之间, 以下结论: ① $b^2 - 4ac=0$, ② $2a - b=0$, ③ $a+b+c<0$; ④ $c - a=3$, 其中正确的有 () 个.



- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
10. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, BC 的垂直平分线交 AC 于点 E , 交 BC 于点 D , 且 $AD=AB$, 连接 BE 交 AD 于点 F , 下列结论: ()
- ① $\angle EBC = \angle C$; ② $\triangle EAF \sim \triangle EBA$; ③ $BF = 3EF$; ④ $\angle DEF = \angle DAE$, 其中结论正确的个数有



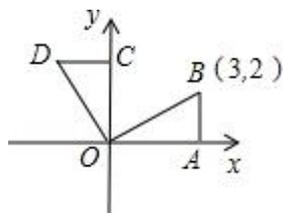
- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

二. 填空题 (共 5 小题, 满分 15 分, 每小题 3 分)

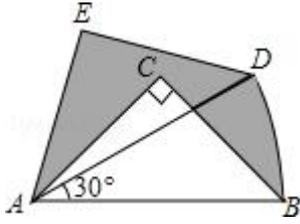
11. 计算: $\sin 30^\circ \cdot \tan 30^\circ + \cos 60^\circ \cdot \tan 60^\circ =$ _____.

12. 将抛物线 $y=x^2+2x$ 向左平移 2 个单位长度, 再向下平移 3 个单位长度, 得到的抛物线的表达式为 _____;

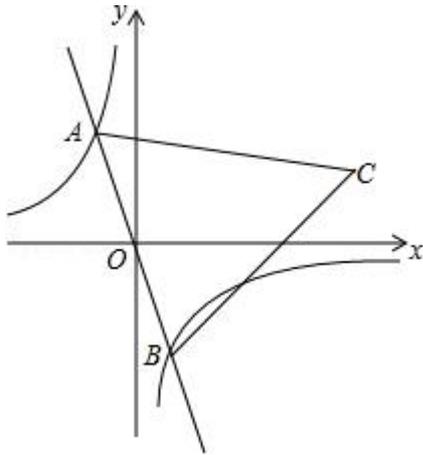
13. 如图, 将直角坐标系中的 $\triangle ABO$ 绕点 O 旋转 90° 得到 $\triangle CDO$, 则点 D 的坐标是 _____.



14. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AC=BC=1$, 将 $\text{Rt}\triangle ABC$ 绕 A 点逆时针旋转 30° 后得到 $\text{Rt}\triangle ADE$, 点 B 经过的路径为 _____, 则图中阴影部分的面积是 _____.



15. 如图，在反比例函数 $y = -\frac{2}{x}$ 的图象上有一点 A ，连接 AO 并延长交图象的另一支于点 B ，在第一象限内有一点 C ，满足 $AC=BC$ ，当点 A 运动时，点 C 始终在函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上运动，若 $\tan \angle CAB = 3$ ，则 $k = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



三. 解答题 (共 7 小题, 满分 55 分)

16. 解方程

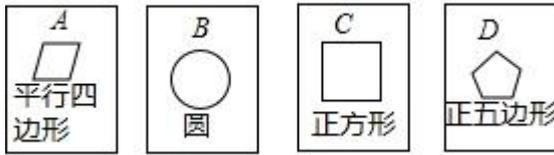
(1) $4x^2 - 8x + 3 = 0$

(2) $x(x+6) = 7$

17. 在四张背面完全相同的纸牌 A 、 B 、 C 、 D 中，其中正面分别画有四个不同的几何图形（如图），小华将这 4 张纸牌背面朝上洗匀后摸出一张（不放回），再从余下的 3 张纸牌中摸出一张。

(1) 用树状图（或列表法）表示两次摸牌所有可能出现的结果（纸牌可用 A 、 B 、 C 、 D 表示）；

(2) 求摸出两张纸牌牌面上所画几何图形，既是轴对称图形又是中心对称图形的概率。

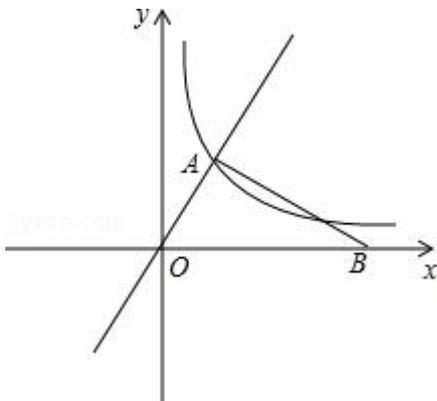


18. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，已知直线 $y=\sqrt{3}x$ 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象交于点 A ，且点 A 的横坐标为 1，点 B 是 x 轴正半轴上一点，且 $AB \perp OA$ 。

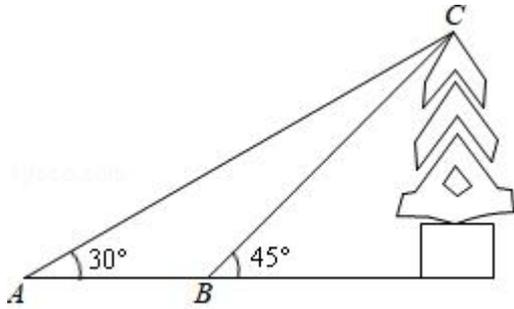
(1) 求反比例函数的解析式；

(2) 求点 B 的坐标；

(3) 先在 $\angle AOB$ 的内部求作点 P ，使点 P 到 $\angle AOB$ 的两边 OA 、 OB 的距离相等，且 $PA=PB$ ；再写出点 P 的坐标。（不写作法，保留作图痕迹，在图上标注清楚点 P ）



19. 在数学实践活动课上，老师带领同学们到附近的湿地公园测量园内雕塑的高度. 用测角仪在 A 处测得雕塑顶端点 C 的仰角为 30° ，再往雕塑方向前进 4 米至 B 处，测得仰角为 45° . 问：该雕塑有多高？（测角仪高度忽略不计，结果不取近似值.）



20. 如图 1，以 $\triangle ABC$ 的边 AB 为直径作 $\odot O$ ，交 AC 边于点 E ， BD 平分 $\angle ABE$ 交 AC 于 F ，交 $\odot O$ 于点 D ，且 $\angle BDE = \angle CBE$.

(1) 求证： BC 是 $\odot O$ 的切线；

- (2) 延长 ED 交直线 AB 于点 P ，如图 2，若 $PA=AO$ ， $DE=3$ ， $DF=2$ ，求 $\frac{PD}{DE}$ 的值及 AO 的长.

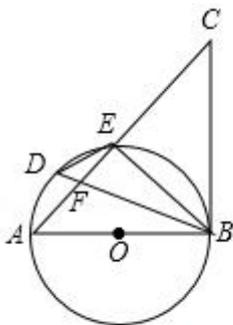


图 1

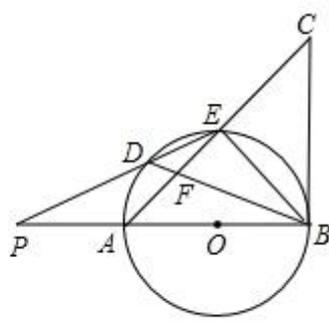


图 2

21. 某大学生创业团队抓住商机，购进一批干果分装成营养搭配合理的小包装后出售，每袋成本 3 元. 试销期间发现每天的销售量 y (袋) 与销售单价 x (元) 之间满足一次函数关系，部分数据如表所示，其中 $3.5 \leq x \leq 5.5$ ，另外每天还需支付其他各项费用 80 元.

| | | |
|--------------|-----|-----|
| 销售单价 x (元) | 3.5 | 5.5 |
| 销售量 y (袋) | 280 | 120 |

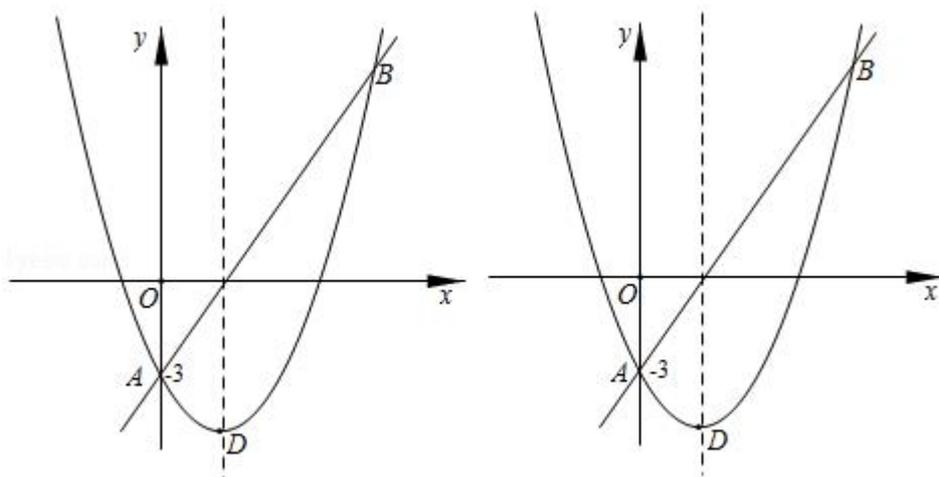
- (1) 请直接写出 y 与 x 之间的函数关系式;
- (2) 如果每天获得 160 元的利润，销售单价为多少元?
- (3) 设每天的利润为 w 元，当销售单价定为多少元时，每天的利润最大? 最大利润是多少元?

22. 如图，直线 AB 和抛物线的交点是 $A(0, -3)$, $B(5, 9)$ ，已知抛物线的顶点 D 的横坐标是 2.

(1) 求抛物线的解析式及顶点坐标；

(2) 在 x 轴上是否存在一点 C ，与 A, B 组成等腰三角形？若存在，求出点 C 的坐标，若不在，请说明理由；

(3) 在直线 AB 的下方抛物线上找一点 P ，连接 PA, PB 使得 $\triangle PAB$ 的面积最大，并求出这个最大值.



参考答案

一. 选择题 (共 10 小题, 满分 30 分, 每小题 3 分)

1. 【解答】解: 正方体的正视图是四边形;

球的正视图是圆;

圆锥的正视图是等腰三角形;

圆柱的正视图是四边形;

是四边形的有两个.

故选: B.

2. 【解答】解: 过点 C 作 $CD \perp$ 直线 AB 于点 D, 如图所示.

$\because AB=5$, $\triangle ABC$ 的面积为 10,

$\therefore CD=4$.

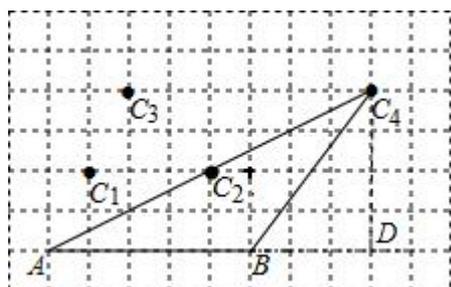
$\because \sin A = \frac{\sqrt{5}}{5}$,

$\therefore AC=4\sqrt{5}$,

$\therefore AD = \sqrt{AC^2 - CD^2} = 8$,

\therefore 点 C 在点 C_4 处.

故选: D.



3. 【解答】解: $\because x$ 的方程 $x^2 - 2mx + 4 = 0$ 有两个不同的实根,

$\therefore \Delta = 4m^2 - 16 > 0$,

$\therefore m > 2$ 或 $m < -2$,

\because 方程 $x^2 - 2mx + 4 = 0$ 对应的二次函数, $f(x) = x^2 - 2mx + 4$ 的开口向上, 而方程 $x^2 - 2mx + 4 = 0$ 有两个不同的实根, 并且有一个根小于 1, 另一个根大于 3,

$\therefore f(1) < 0$, 且 $f(3) < 0$,

$$\therefore \begin{cases} 1-2m+4 < 0 \\ 9-6m+4 < 0 \end{cases},$$

$$\therefore m > \frac{5}{2},$$

$$\therefore m > 2 \text{ 或 } m < -2,$$

$$\therefore \therefore m > \frac{5}{2},$$

故选：A.

4. 【解答】解： \because 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象经过点 $P(2, -3)$,

$$\therefore k = 2 \times (-3) = -6$$

$$\therefore \text{解析式 } y = \frac{-6}{x}$$

$$\text{当 } x=3 \text{ 时, } y = -2$$

$$\text{当 } x=1 \text{ 时, } y = -6$$

$$\text{当 } x = -1 \text{ 时, } y = 6$$

$$\therefore \text{图象不经过点 } (-1, -6)$$

故选：D.

5. 【解答】解： \because 扇形的弧长 $= \frac{90\pi R}{180} = \frac{\pi R}{2}$,

圆的周长为 $2\pi r$,

$$\therefore \frac{\pi R}{2} = 2\pi r,$$

$$R = 4r,$$

故选：D.

6. 【解答】解：作 $AC \perp OB$ 于 C 点，只要到 C 处，轮船离电视塔最近，求出 BC 长即可，

由已知得： $\angle AOB = 30^\circ$ ， $\angle ABC = 45^\circ$ 、 $OB = 20$ 海里，

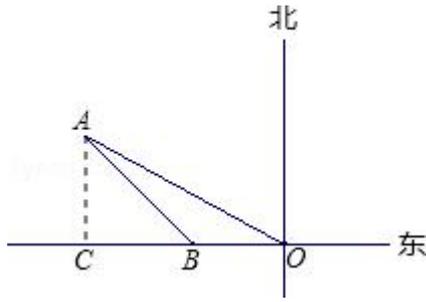
$$\therefore BC = AC, CO = AC \div \tan \angle AOB = AC \div \tan 30^\circ = \sqrt{3}AC,$$

$$\therefore CO - CB = \sqrt{3}AC - AC = 20,$$

$$\text{解得：} AC = 10(\sqrt{3}+1) \text{ 海里,}$$

$$\therefore BC = AC = 10(\sqrt{3}+1) \text{ 海里,}$$

故选：A.



7. 【解答】解：∵迎水坡 AB 的坡比是 $1: \sqrt{5}$,

$$\therefore BC: AC=1: \sqrt{5}, BC=4m,$$

$$\therefore AC=4\sqrt{5}m,$$

$$\text{则 } AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=4\sqrt{6} (m).$$

故选：D.

8. 【解答】解：连接 EC ，∵ $\angle COE=90^\circ$ ，

∴ EC 是 $\odot A$ 的直径，

$$\therefore C(0, 8), E(-6, 0), O(0, 0),$$

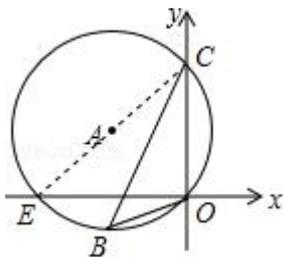
$$\therefore OC=8, OE=6,$$

由勾股定理得： $EC=10$ ，

$$\therefore \angle OBC=\angle OEC,$$

$$\therefore \cos \angle OBC=\cos \angle OEC=\frac{OE}{EC}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}.$$

故选：A.



9. 【解答】解：抛物线与 x 轴有两个交点，

$$\therefore \Delta > 0,$$

$$\therefore b^2 - 4ac > 0, \text{ 故①错误；}$$

由于对称轴为 $x = -1$ ，

$$\therefore x = -3 \text{ 与 } x = 1 \text{ 关于 } x = -1 \text{ 对称，}$$

$$\therefore x = -3 \text{ 时， } y < 0,$$

$\therefore x=1$ 时, $y=a+b+c<0$, 故③正确;

\therefore 对称轴为 $x = -\frac{b}{2a} = -1$,

$\therefore 2a - b = 0$, 故②正确;

\therefore 顶点为 $B(-1, 3)$,

$\therefore y = a - b + c = 3$,

$\therefore y = a - 2a + c = 3$,

即 $c - a = 3$, 故④正确;

故选: C.

10. 【解答】解: $\because BC$ 的垂直平分线交 AC 于点 E , 交 BC 于点 D ,

$\therefore CE = BE$,

$\therefore \angle EBC = \angle C$, 故①正确;

$\because AD = AB$,

$\therefore \angle 8 = \angle ABC = \angle 6 + \angle 7$,

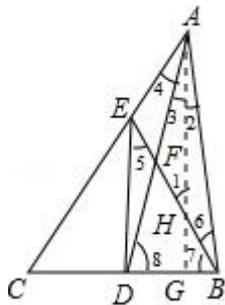
$\because \angle 8 = \angle C + \angle 4$,

$\therefore \angle C + \angle 4 = \angle 6 + \angle 7$,

$\therefore \angle 4 = \angle 6$,

$\because \angle AEF = \angle AEB$,

$\therefore \triangle EAF \sim \triangle EBA$, 故②正确;



作 $AG \perp BD$ 于点 G , 交 BE 于点 H ,

$\because AD = AB$, $DE \perp BC$,

$\therefore \angle 2 = \angle 3$, $DG = BG = \frac{1}{2}BD$, $DE \parallel AG$,

$\therefore \triangle CDE \sim \triangle CGA$, $\triangle BGH \sim \triangle BDE$, $DE = AH$, $\angle EDA = \angle 3$, $\angle 5 = \angle 1$,

\therefore 在 $\triangle DEF$ 与 $\triangle AHF$ 中,

$$\begin{cases} \angle EDA = \angle 3 \\ \angle 5 = \angle 1 \\ DE = AH \end{cases},$$

$\therefore \triangle DEF \cong \triangle AHF$ (AAS),

$\therefore AF = DF, EF = HF = \frac{1}{2}EH$, 且 $EH = BH$,

$\therefore EF : BF = 1 : 3$, 故③正确;

$\because \angle 1 = \angle 2 + \angle 6$, 且 $\angle 4 = \angle 6, \angle 2 = \angle 3$,

$\therefore \angle 5 = \angle 3 + \angle 4$,

$\therefore \angle 5 \neq \angle 4$, 故④错误,

综上所述: 正确的答案有 3 个,

故选: C.

二. 填空题 (共 5 小题, 满分 15 分, 每小题 3 分)

11. 【解答】解: $\sin 30^\circ \cdot \tan 30^\circ + \cos 60^\circ \cdot \tan 60^\circ$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{1}{2} \times \sqrt{3}$$

$$= \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

故答案为: $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

12. 【解答】解: $y = x^2 + 2x = (x+1)^2 - 1$, 此抛物线的顶点坐标为 $(-1, -1)$,

把点 $(-1, -1)$ 向左平移 2 个单位长度, 再向下平移 3 个单位长度后所得对应点的坐标为

$(-3, -4)$, 所以平移后得到的抛物线的解析式为 $y = (x+3)^2 - 4$.

故答案为: $y = (x+3)^2 - 4$.

13. 【解答】解: 由图易知 $DC = AB = 2, CO = AO = 3, \angle OCD = \angle OAB = 90^\circ$,

\therefore 点 A 在第二象限,

\therefore 点 D 的坐标是 $(-2, 3)$.

14. 【解答】解: $\because \angle ACB = 90^\circ, AC = BC = 1$,

$$\therefore AB = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2},$$

$$\therefore \text{点 } B \text{ 经过的路径长} = \frac{30 \cdot \pi \cdot \sqrt{2}}{180} = \frac{\sqrt{2} \pi}{6};$$

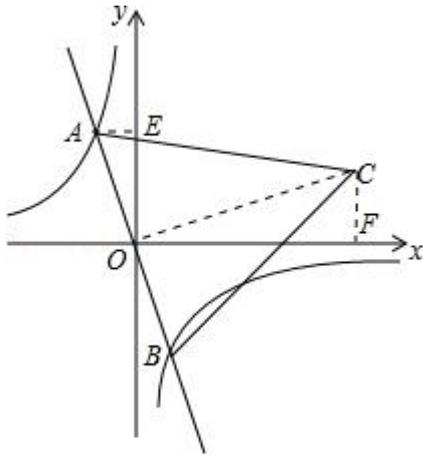
由图可知, $S_{\text{阴影}} = S_{\triangle ADE} + S_{\text{扇形 } ABD} - S_{\triangle ABC}$,

由旋转的性质得, $S_{\triangle ADE} = S_{\triangle ABC}$,

$$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形} ABD} = \frac{30 \cdot \pi \cdot (\sqrt{2})^2}{360} = \frac{\pi}{6}.$$

故答案为: $\frac{\sqrt{2}\pi}{6}; \frac{\pi}{6}.$

15. 【解答】解: 连接 OC , 过点 A 作 $AE \perp y$ 轴于点 E , 过点 C 作 $CF \perp x$ 轴于点 F , 如图所示.



由直线 AB 与反比例函数 $y = -\frac{2}{x}$ 的对称性可知 A 、 B 点关于 O 点对称,

$$\therefore AO = BO.$$

$$\text{又} \because AC = BC,$$

$$\therefore CO \perp AB.$$

$$\because \angle AOE + \angle EOC = 90^\circ, \quad \angle EOC + \angle COF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AOE = \angle COF,$$

$$\text{又} \because \angle AEO = 90^\circ, \quad \angle CFO = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle AOE \sim \triangle COF,$$

$$\therefore \frac{AE}{CF} = \frac{OE}{OF} = \frac{AO}{CO},$$

$$\because \tan \angle CAB = \frac{OC}{AO} = 3,$$

$$\therefore CF = 3AE, \quad OF = 3OE.$$

$$\text{又} \because AE \cdot OE = |-2| = 2, \quad CF \cdot OF = |k|,$$

$$\therefore k = \pm 18.$$

\because 点 C 在第一象限,

$$\therefore k = 18.$$

故答案为: 18.

三. 解答题 (共 7 小题, 满分 55 分)

16. 【解答】解: (1) 因式分解得

$$(2x - 1)(2x - 3) = 0$$

于是, 得

$$2x - 1 = 0 \text{ 或 } 2x - 3 = 0,$$

$$\text{解得 } x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = \frac{3}{2};$$

(2) 方程整理, 得

$$x^2 + 6x - 7 = 0$$

因式分解, 得

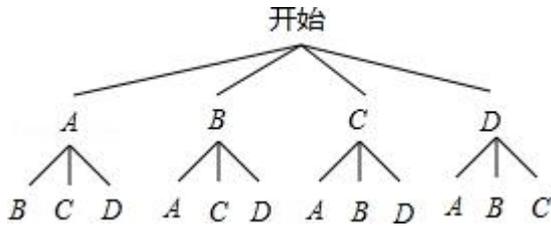
$$(x+7)(x-1) = 0$$

于是, 得

$$x+7=0 \text{ 或 } x-1=0,$$

$$\text{解得 } x_1 = -7, x_2 = 1.$$

17. 【解答】解: (1) 画树状图得:



则共有 12 种等可能的结果:

(2) \because 既是轴对称图形又是中心对称图形的只有 B、C,

\therefore 既是轴对称图形又是中心对称图形的有 2 种情况,

\therefore 既是轴对称图形又是中心对称图形的概率为 $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

18. 【解答】解: (1) 由题意, 设点 A 的坐标为 $(1, m)$,

\because 点 A 在正比例函数 $y = \sqrt{3}x$ 的图象上,

$\therefore m = \sqrt{3}$. \therefore 点 A 的坐标 $(1, \sqrt{3})$,

\because 点 A 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上,

$\therefore \sqrt{3} = \frac{k}{1}$, 解得 $k = \sqrt{3}$.

∴反比例函数的解析式为 $y = \frac{\sqrt{3}}{x}$.

(2) 过点 A 作 $AC \perp OB$, 垂足为点 C ,
可得 $OC = 1$, $AC = \sqrt{3}$.

∵ $AC \perp OB$,

∴ $\angle ACO = 90^\circ$.

由勾股定理, 得 $AO = 2$,

∴ $OC = \frac{1}{2}AO$,

∴ $\angle OAC = 30^\circ$,

∴ $\angle ACO = 60^\circ$,

∵ $AB \perp OA$,

∴ $\angle OAB = 90^\circ$,

∴ $\angle ABO = 30^\circ$,

∴ $OB = 2OA$,

∴ $OB = 4$,

∴ 点 B 的坐标是 $(4, 0)$.

(3) 如图作 $\angle AOB$ 的平分线 OM , AB 的垂直平分线 EF , OM 与 EF 的交点就是所求的点 P ,

∵ $\angle POB = 30^\circ$,

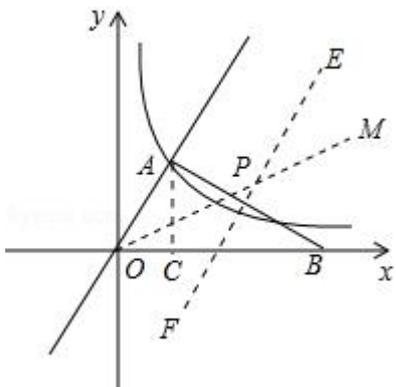
∴ 可以设点 P 坐标 $(m, \frac{\sqrt{3}}{3}m)$,

∵ $PA^2 = PB^2$,

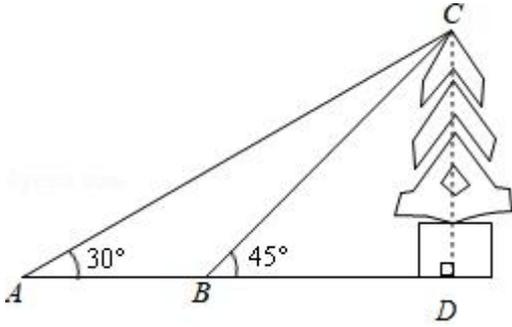
∴ $(m - 1)^2 + (\frac{\sqrt{3}}{3}m - \sqrt{3})^2 = (m - 4)^2 + (\frac{\sqrt{3}}{3}m)^2$,

解得 $m = 3$,

∴ 点 P 的坐标是 $(3, \sqrt{3})$.



19. 【解答】解：如图，过点 C 作 $CD \perp AB$ ，交 AB 延长线于点 D ，



设 $CD = x$ 米，

$$\because \angle CBD = 45^\circ, \angle BDC = 90^\circ,$$

$$\therefore BD = CD = x \text{ 米},$$

$$\because \angle A = 30^\circ, AD = AB + BD = 4 + x,$$

$$\therefore \tan A = \frac{CD}{AD}, \text{ 即 } \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{x}{4+x},$$

$$\text{解得: } x = 2 + 2\sqrt{3},$$

答：该雕塑的高度为 $(2 + 2\sqrt{3})$ 米。

20. 【解答】解：(1) $\because AB$ 是直径，

$$\therefore \angle BAE + \angle EBA = 90^\circ,$$

$$\because \angle BAE = \angle BDE, \angle BDE = \angle CBE,$$

$$\therefore \angle EBA + \angle EBC = 90^\circ,$$

$\therefore BC$ 是 $\odot O$ 的切线，

(2) 连接 OD, AD

$$\because BD \text{ 平分 } \angle ABE,$$

$$\therefore \angle OBD = \angle EBD,$$

$$\because \angle ODB = \angle OBD,$$

$$\therefore \angle ODB = \angle DBE,$$

$$\therefore OD \parallel BE,$$

$$\because PA = AO$$

$$\therefore \frac{PD}{DE} = \frac{PO}{OB} = 2,$$

$$\because \angle DEF = \angle DBA,$$

$$\therefore \angle DEF = \angle EBD,$$

$$\because \angle EDF = \angle EDB,$$

$$\therefore \triangle EDF \sim \triangle BDE,$$

$$\therefore \frac{DE}{DF} = \frac{DB}{DE},$$

$$\therefore DE^2 = DF \cdot DB,$$

$$\therefore DB = \frac{9}{2},$$

$$\therefore \text{由勾股定理可知: } AB^2 = AD^2 + BD^2,$$

$$\therefore AB = \frac{3\sqrt{13}}{2},$$

$$\therefore AO = \frac{3\sqrt{13}}{4}$$

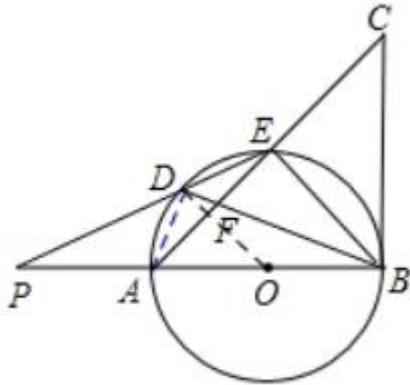


图 2

21. 【解答】解：（1）设 $y = kx + b$ ，

将 $x = 3.5$, $y = 280$; $x = 5.5$, $y = 120$ 代入，

$$\text{得} \begin{cases} 3.5k + b = 280 \\ 5.5k + b = 120 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} k = -80 \\ b = 560 \end{cases}$$

则 y 与 x 之间的函数关系式为 $y = -80x + 560$;

$$(2) \text{由题意, 得 } (x - 3)(-80x + 560) - 80 = 160,$$

$$\text{整理, 得 } x^2 - 10x + 24 = 0,$$

$$\text{解得 } x_1 = 4, x_2 = 6.$$

$$\because 3.5 \leq x \leq 5.5,$$

$$\therefore x = 4.$$

答：如果每天获得 160 元的利润，销售单价为 4 元；

$$(3) \text{由题意得: } w = (x - 3)(-80x + 560) - 80$$

$$= -80x^2 + 800x - 1760$$

$$= -80(x-5)^2 + 240,$$

$$\because 3.5 \leq x \leq 5.5,$$

\therefore 当 $x=5$ 时, w 有最大值为 240.

故当销售单价定为 5 元时, 每天的利润最大, 最大利润是 240 元.

22. 【解答】解: (1) 抛物线的顶点 D 的横坐标是 2, 则 $x = -\frac{b}{2a} = 2 \cdots \textcircled{1}$,

抛物线过是 $A(0, -3)$, 则: 函数的表达式为: $y = ax^2 + bx - 3$,

把 B 点坐标代入上式得: $9 = 25a + 5b - 3 \cdots \textcircled{2}$,

联立 $\textcircled{1}$ 、 $\textcircled{2}$ 解得: $a = \frac{12}{5}$, $b = -\frac{48}{5}$, $c = -3$,

\therefore 抛物线的解析式为: $y = \frac{12}{5}x^2 - \frac{48}{5}x - 3$,

当 $x=2$ 时, $y = -\frac{63}{5}$, 即顶点 D 的坐标为 $(2, -\frac{63}{5})$;

(2) $A(0, -3)$, $B(5, 9)$, 则 $AB=13$,

$\textcircled{1}$ 当 $AB=AC$ 时, 设点 C 坐标 $(m, 0)$,

则: $(m)^2 + (-3)^2 = 13^2$, 解得: $m = \pm 4\sqrt{10}$,

即点 C 坐标为: $(4\sqrt{10}, 0)$ 或 $(-4\sqrt{10}, 0)$;

$\textcircled{2}$ 当 $AB=BC$ 时, 设点 C 坐标 $(m, 0)$,

则: $(5-m)^2 + 9^2 = 13^2$, 解得: $m = 5 \pm 2\sqrt{22}$,

即: 点 C 坐标为 $(5+2\sqrt{22}, 0)$ 或 $(5-2\sqrt{22}, 0)$,

$\textcircled{3}$ 当 $AC=BC$ 时, 设点 C 坐标 $(m, 0)$,

则: 点 C 为 AB 的垂直平分线于 x 轴的交点,

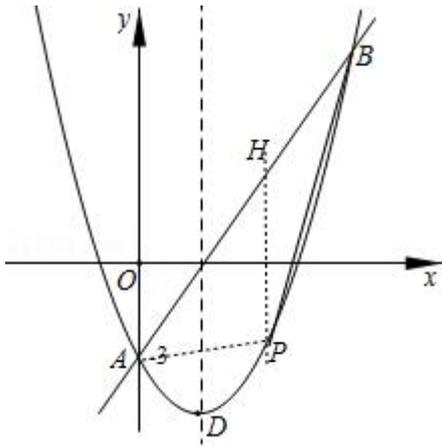
则点 C 坐标为 $(\frac{97}{10}, 0)$,

故: 存在,

点 C 的坐标为: $(4\sqrt{10}, 0)$ 或 $(-4\sqrt{10}, 0)$ 或 $(5+2\sqrt{22}, 0)$ 或 $(5-2\sqrt{22}, 0)$ 或 $(\frac{97}{10},$

$0)$;

(3) 过点 P 作 y 轴的平行线交 AB 于点 H ,



设：AB 所在的直线过点 $A(0, -3)$ ，则设直线 AB 的表达式为 $y=kx-3$ ，

把点 B 坐标代入上式， $9=5k-3$ ，则 $k=\frac{12}{5}$ ，

故函数的表达式为： $y=\frac{12}{5}x-3$ ，

设：点 P 坐标为 $(m, \frac{12}{5}m^2 - \frac{48}{5}m - 3)$ ，则点 H 坐标为 $(m, \frac{12}{5}m - 3)$ ，

$$S_{\triangle PAB} = \frac{1}{2} \cdot PH \cdot x_B = \frac{5}{2} \left(-\frac{12}{5}m^2 + 12m \right),$$

当 $m=2.5$ 时， $S_{\triangle PAB}$ 取得最大值为： $\frac{27}{2}$ ，

答： $\triangle PAB$ 的面积最大值为 $\frac{27}{2}$ 。