

2018-2019 学年广东省广州市越秀区九年级（上）期末数学模拟 试卷

一. 选择题（共 10 小题，满分 30 分，每小题 3 分）

1. 下列所给的汽车标志图案中，既是轴对称图形，又是中心对称图形的是（ ）



2. 将抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 - 6x + 21$ 向左平移 2 个单位后，得到新抛物线的解析式为（ ）

A. $y = \frac{1}{2}(x - 8)^2 + 5$

B. $y = \frac{1}{2}(x - 4)^2 + 5$

C. $y = \frac{1}{2}(x - 8)^2 + 3$

D. $y = \frac{1}{2}(x - 4)^2 + 3$

3. 下列事件中必然发生的事件是（ ）

A. 一个图形平移后所得的图形与原来的图形不全等

B. 不等式的两边同时乘以一个数，结果仍是不等式

C. 200 件产品中有 5 件次品，从中任意抽取 6 件，至少有一件是正品

D. 随意翻到一本书的某页，这页的页码一定是偶数

4. 已知 $x = 3$ 是关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x - m = 0$ 的根，则该方程的另一个根是（ ）

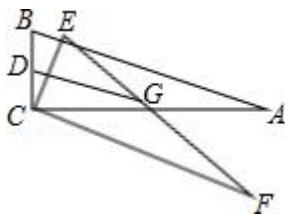
A. 3

B. -3

C. 1

D. -1

5. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle A = 30^\circ$ ， $AC = 4\sqrt{3}$ ， BC 的中点为 D 。将 $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转任意一个角度得到 $\triangle FEC$ ， EF 的中点为 G ，连接 DG 。在旋转过程中， DG 的最大值是（ ）



A. $4\sqrt{3}$

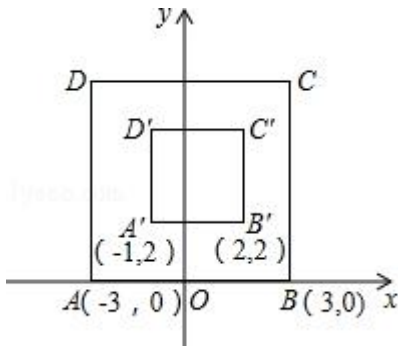
B. 6

C. $2 + 2\sqrt{3}$

D. 8

6. 要制作两个形状相同的三角形框架，其中一个三角形的三边长分别为 5cm ， 6cm 和 9cm ，另一个三角形的最短边长为 2.5cm ，则它的最长边为（ ）

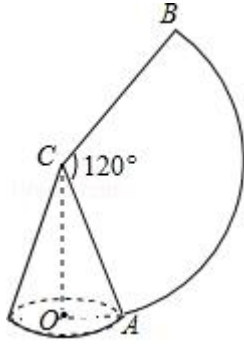
- A. $3cm$ B. $4cm$ C. $4.5cm$ D. $5cm$
7. 下列关于抛物线 $y=3(x-1)^2+1$ 的说法, 正确的是 ()
- A. 开口向下 B. 对称轴是 $x=-1$
- C. 顶点坐标是 $(-1, 1)$ D. 有最小值 $y=1$
8. 关于 x 的一元二次方程 $kx^2+2x-1=0$ 有两个不相等实数根, 则 k 的取值范围是 ()
- A. $k > -1$ B. $k \geq -1$ C. $k \neq 0$ D. $k > -1$ 且 $k \neq 0$
9. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 对正方形 $ABCD$ 及其内部的每个点进行如下操作: 把每个点的横、纵坐标都乘以同一个实数 a , 将得到的点先向右平移 m 个单位, 再向上平移 n 个单位 ($m > 0, n > 0$), 得到正方形 $A'B'C'D'$ 及其内部的点, 其中点 A, B 的对应点分别为 A', B' . 已知正方形 $ABCD$ 内部的一个点 F 经过上述操作后得到的对应点 F' 与点 F 重合, 则点 F 的坐标是 ()



- A. $(1, 4)$ B. $(1, 5)$ C. $(-1, 4)$ D. $(4, 1)$
10. 已知正六边形的边长为 4, 则它的内切圆的半径为 ()
- A. 1 B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. $2\sqrt{3}$

二. 填空题 (共 6 小题, 满分 18 分, 每小题 3 分)

11. 若一平行四边形的 3 个顶点坐标分别为 $(0, 0), (4, 0), (2, 4)$, 则第 4 个顶点坐标是_____.
12. 在一个不透明的口袋中装有 5 个红球和若干个白球, 它们除颜色外其他完全相同, 通过多次摸球实验后发现, 摸到红球的频率稳定在 0.25 附近, 则估计口袋中白球大约有个.
13. 抛物线 $y=2(x+1)^2-3$ 的顶点坐标为_____.
14. 如图, 圆锥侧面展开得到扇形, 此扇形半径 $CA=6$, 圆心角 $\angle ACB=120^\circ$, 则此圆锥高 OC 的长度是_____.



15. 若矩形 $ABCD$ 的两邻边长分别为一元二次方程 $x^2 - 6x + 4 = 0$ 的两个实数根, 则矩形 $ABCD$ 的周长为_____.

16. 若 $\triangle ABC \sim \triangle A' B' C'$, 且 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A' B' C'$ 的面积之比为 $1:3$, 则相似比为_____.

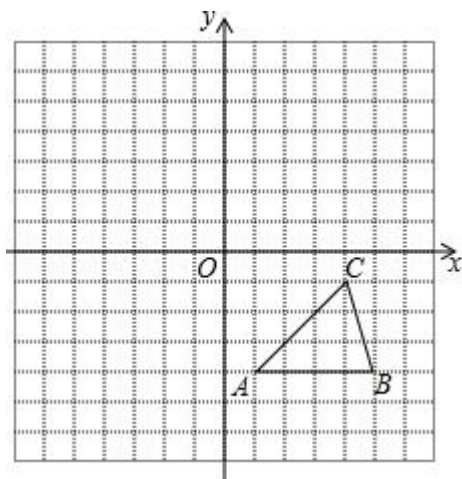
三. 解答题 (共 9 小题, 满分 102 分)

17. 解方程: $x(x+4) = -3(x+4)$.

18. 在平面直角坐标系中， $\triangle ABC$ 的位置如图所示。（每个小方格都是边长为 1 个单位长度的正方形）

(1) 画出 $\triangle ABC$ 关于原点对称的 $\triangle A'B'C'$ ；

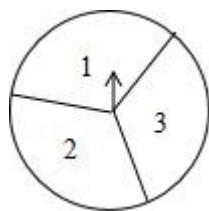
(2) 将 $\triangle A'B'C'$ 绕点 C' 顺时针旋转 90° ，画出旋转后得到的 $\triangle A''B''C''$ ，并直接写出此过程中线段 $C'A'$ 扫过图形的面积。（结果保留 π ）



19. 如图，在一个可以自由转动的转盘中，指针位置固定，三个扇形的面积都相等，且分别标有数字 1, 2, 3.

(1) 小明转动转盘一次，当转盘停止转动时，指针所指扇形中的数字是奇数的概率为_____；

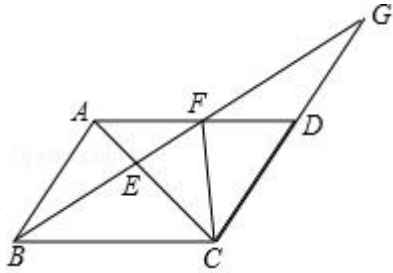
(2) 小明先转动转盘一次，当转盘停止转动时，记录下指针所指扇形中的数字；接着再转动转盘一次，当转盘停止转动时，再次记录下指针所指扇形中的数字，求这两个数字之和是 3 的倍数的概率（用画树状图或列表等方法求解）.



20. 如图, AC 是 $\square ABCD$ 的对角线, 在 AD 边上取一点 F , 连接 BF 交 AC 于点 E , 并延长 BF 交 CD 的延长线于点 G .

(1) 若 $\angle ABF = \angle ACF$, 求证: $CE^2 = EF \cdot EG$;

(2) 若 $DG = DC$, $BE = 6$, 求 EF 的长.



21. 某公司今年 1 月份的生产成本是 400 万元, 由于改进技术, 生产成本逐月下降, 3 月份的生产成本是 361 万元.

假设该公司 2、3、4 月每个月生产成本的下降率都相同.

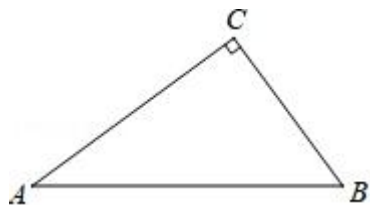
(1) 求每个月生产成本的下降率;

(2) 请你预测 4 月份该公司的生产成本.

22. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$.

(1) 作出经过点 B ，圆心 O 在斜边 AB 上且与边 AC 相切于点 E 的 $\odot O$ (要求：用尺规作图，保留作图痕迹，不写作法和证明)

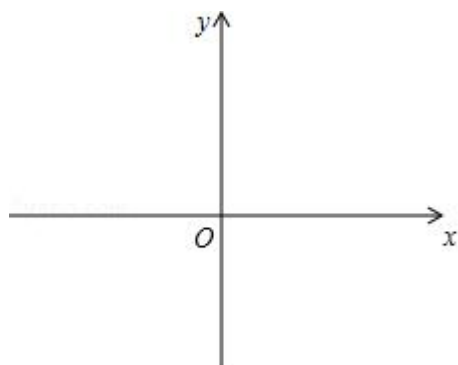
(2) 设 (1) 中所作的 $\odot O$ 与边 AB 交于异于点 B 的另外一点 D ，若 $\odot O$ 的直径为 5， $BC=4$ ；求 DE 的长. (如果用尺规作图画不出图形，可画出草图完成 (2) 问)



23. 抛物线 $y=ax^2+2ax+c$ ($a>0$, $c<0$)，与 x 轴交于 A 、 B 两点 (A 在 B 左侧)，与 y 轴交于点 C ， A 点坐标为 $(-3, 0)$ ，抛物线顶点为 D ， $\triangle ACD$ 的面积为 3.

(1) 求二次函数解析式；

(2) 点 $P(m, n)$ 是抛物线第三象限内一点， P 关于原点的对称点 Q 在第一象限内，当 QB^2 取最小值时，求 m 的值.

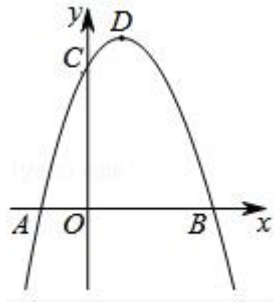


24. 如图，已知二次函数 $y=ax^2+bx-3a$ 经过点 $A(-1, 0)$ ， $C(0, 3)$ ，与 x 轴交于另一点 B ，抛物线的顶点为 D 。

(1) 求此二次函数解析式；

(2) 连接 DC 、 BC 、 DB ，求证： $\triangle BCD$ 是直角三角形；

(3) 在对称轴右侧的抛物线上是否存在点 P ，使得 $\triangle PDC$ 为等腰三角形？若存在，求出符合条件的点 P 的坐标；若不存在，请说明理由。



25. 已知 AB 是 $\odot O$ 的直径，弦 $CD \perp AB$ 于 H ，过 CD 延长线上一点 E 作 $\odot O$ 的切线交 AB 的延长线于 F ，切点为 G ，连接 AG 交 CD 于 K 。

(1) 如图 1，求证： $KE=GE$ ；

(2) 如图 2，连接 $CABG$ ，若 $\angle FGB = \frac{1}{2} \angle ACH$ ，求证： $CA \parallel FE$ ；

(3) 如图 3，在 (2) 的条件下，连接 CG 交 AB 于点 N ，若 $\sin E = \frac{3}{5}$ ， $AK = \sqrt{10}$ ，求 CN

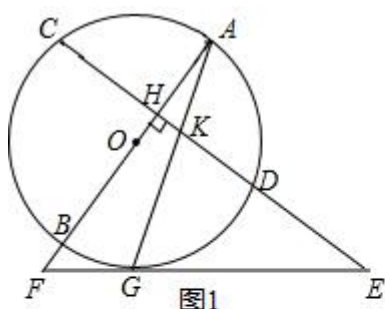


图1

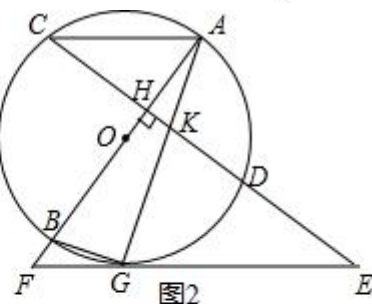


图2

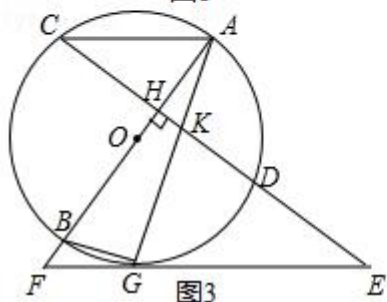


图3

的长.

参考答案

一. 选择题 (共 10 小题, 满分 30 分, 每小题 3 分)

1. 【解答】解: A 、是轴对称图形, 不是中心对称图形, 故本选项错误;

B 、既是轴对称图形, 又是中心对称图形, 故本选项正确;

C 、是轴对称图形, 不是中心对称图形, 故本选项错误;

D 、是轴对称图形, 不是中心对称图形, 故本选项错误.

故选: B .

2. 【解答】解: $y = \frac{1}{2}x^2 - 6x + 21$

$$= \frac{1}{2}(x^2 - 12x) + 21$$

$$= \frac{1}{2}[(x - 6)^2 - 36] + 21$$

$$= \frac{1}{2}(x - 6)^2 + 3,$$

故 $y = \frac{1}{2}(x - 6)^2 + 3$, 向左平移 2 个单位后,

得到新抛物线的解析式为: $y = \frac{1}{2}(x - 4)^2 + 3$.

故选: D .

3. 【解答】解: A 、一个图形平移后所得的图形与原来的图形不全等, 是不可能事件, 故此选项错误;

B 、不等式的两边同时乘以一个数, 结果仍是不等式, 是随机事件, 故此选项错误;

C 、200 件产品中有 5 件次品, 从中任意抽取 6 件, 至少有一件是正品, 是必然事件, 故此选项正确;

D 、随意翻到一本书的某页, 这页的页码一定是偶数, 是随机事件, 故此选项错误;

故选: C .

4. 【解答】解: 设方程的另一个根为 x_1 ,

根据题意得: $x_1 + 3 = 2$,

解得: $x_1 = -1$.

故选: D .

5. 【解答】解: $\because \angle ACB = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$,

$$\therefore AB = AC \div \cos 30^\circ = 4\sqrt{3} \div \frac{\sqrt{3}}{2} = 8,$$

$$BC = AC \cdot \tan 30^\circ = 4\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 4,$$

$\because BC$ 的中点为 D ,

$$\therefore CD = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 4 = 2,$$

连接 CG , $\because \triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转任意一个角度得到 $\triangle FEC$, EF 的中点为 G ,

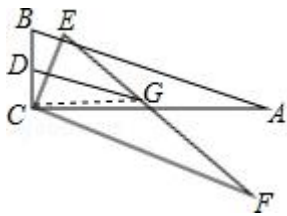
$$\therefore CG = \frac{1}{2}EF = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 8 = 4,$$

由三角形的三边关系得, $CD + CG > DG$,

$\therefore D$ 、 C 、 G 三点共线时 DG 有最大值,

此时 $DG = CD + CG = 2 + 4 = 6$.

故选: B .



6. 【解答】解: 设另一个三角形的最长边长为 $x\text{cm}$,

$$\text{根据题意, 得: } \frac{5}{2.5} = \frac{9}{x},$$

解得: $x = 4.5$,

即另一个三角形的最长边长为 4.5cm ,

故选: C .

7. 【解答】解: 抛物线 $y = 3(x - 1)^2 + 1$ 中 $a = 3 > 0$, 开口向上; 对称轴为直线 $x = 1$; 顶点

坐标为 $(1, 1)$; 当 $x = 1$ 时取得最小值 $y = 1$;

故选: D .

8. 【解答】解: 根据题意得 $k \neq 0$ 且 $\Delta = 2^2 - 4k \times (-1) > 0$,

所以 $k > -1$ 且 $k \neq 0$.

故选: D .

9. 【解答】解: 由点 A 到 A' , 可得方程组 $\begin{cases} -3a + m = -1 \\ 0 \times a + n = 2 \end{cases}$;

由 B 到 B' , 可得方程组 $\begin{cases} 3a + m = 2 \\ 0 \times a + n = 2 \end{cases}$,

$$\text{解得} \begin{cases} a=\frac{1}{2} \\ m=\frac{1}{2} \\ n=2 \end{cases}$$

设 F 点的坐标为 (x, y) , 点 F' 点 F 重合得到方程组 $\begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} = x \\ \frac{1}{2}y + 2 = y \end{cases}$,

$$\text{解得} \begin{cases} x=1 \\ y=4 \end{cases}$$

即 $F(1, 4)$.

故选: A .

10. 【解答】解: 如图, 连接 OA 、 OB , OG ;

\because 六边形 $ABCDEF$ 是边长为 4 的正六边形,

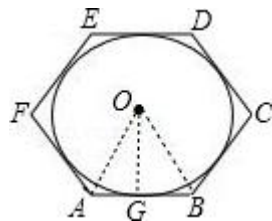
$\therefore \triangle OAB$ 是等边三角形,

$\therefore OA = AB = 4$,

$\therefore OG = OA \cdot \sin 60^\circ = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$,

\therefore 边长为 4 的正六边形的内切圆的半径为: $2\sqrt{3}$.

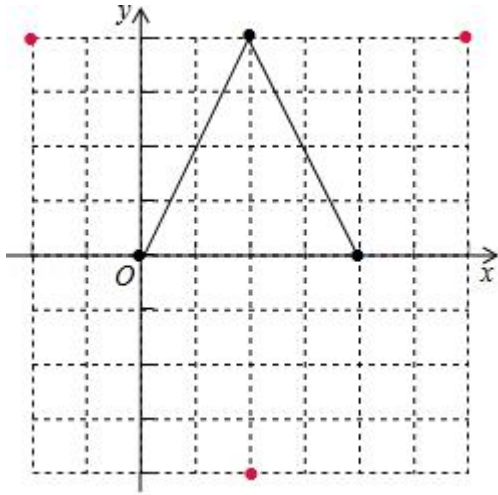
故选: D .



二. 填空题 (共 6 小题, 满分 18 分, 每小题 3 分)

11. 【解答】解: 如图, 第 4 个顶点坐标是 $(6, 4)$ 或 $(-2, 4)$ 或 $(2, -4)$.

故答案为: $(6, 4)$ 或 $(-2, 4)$ 或 $(2, -4)$.



12. 【解答】解：设白球个数为： x 个，
 \therefore 摸到红色球的频率稳定在 0.25 左右，
 \therefore 口袋中得到红色球的概率为 0.25，

$$\therefore \frac{5}{x+5} = \frac{1}{4},$$

解得： $x=15$ ，

即白球的个数为 15 个，

故答案为：15.

13. 【解答】解：顶点坐标是 $(-1, -3)$.

故答案为： $(-1, -3)$.

14. 【解答】解：设圆锥底面圆的半径为 r ，

$\therefore AC=6, \angle ACB=120^\circ$ ，

$$\therefore l_{\widehat{AB}} = \frac{120\pi \times 6}{180} = 2\pi r,$$

$\therefore r=2$ ，即： $OA=2$ ，

在 $\text{Rt}\triangle AOC$ 中， $OA=2, AC=6$ ，根据勾股定理得， $OC = \sqrt{AC^2 - OA^2} = 4\sqrt{2}$ ，

故答案为： $4\sqrt{2}$.

15. 【解答】解： \therefore 设矩形 $ABCD$ 的两邻边长分别为 α 、 β 是一元二次方程 $x^2 - 6x + 4 = 0$ 的两个实数根，

$$\therefore \alpha + \beta = 6,$$

\therefore 矩形 $ABCD$ 的周长为 $6 \times 2 = 12$.

故答案为：12.

16. 【解答】解： $\therefore \triangle ABC \sim \triangle A' B' C'$ ， $\triangle ABC$ 与 $\triangle A' B' C'$ 的面积之比为 1:3，

$\therefore \triangle ABC$ 与 $\triangle A' B' C'$ 的相似比为 $1: \sqrt{3}$.

故答案为: $1: \sqrt{3}$.

三. 解答题 (共 9 小题, 满分 102 分)

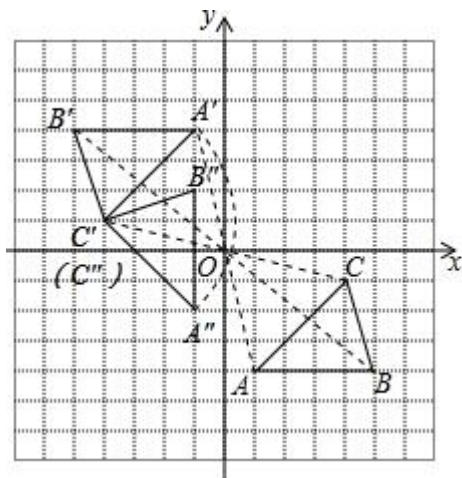
17. 【解答】解: $x(x+4) + 3(x+4) = 0$,

$$(x+4)(x+3) = 0,$$

$x+4=0$ 或 $x+3=0$,

所以 $x_1 = -4$, $x_2 = -3$.

18. 【解答】解: (1) 如图所示, $\triangle A' B' C'$ 即为所求.



(2) 如图所示, $\triangle A'' B'' C''$ 即为所求,

$$\therefore A' C' = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}, \quad \angle A' C' A'' = 90^\circ,$$

$$\therefore \text{线段 } C A' \text{ 扫过图形的面积} = \frac{90 \cdot \pi \cdot (3\sqrt{2})^2}{360} = \frac{9}{2}\pi.$$

19. 【解答】解: (1) \because 在标有数字 1、2、3 的 3 个转盘中, 奇数的有 1、3 这 2 个,

\therefore 指针所指扇形中的数字是奇数的概率为 $\frac{2}{3}$,

故答案为: $\frac{2}{3}$;

(2) 列表如下:

	1	2	3
1	(1, 1)	(2, 1)	(3, 1)

2	(1, 2)	(2, 2)	(3, 2)
3	(1, 3)	(2, 3)	(3, 3)

由表可知，所有等可能的情况数为 9 种，其中这两个数字之和是 3 的倍数的有 3 种，

所以这两个数字之和是 3 的倍数的概率为 $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.

20. 【解答】解：(1) $\because AB \parallel CG$,

$$\therefore \angle ABF = \angle G,$$

$$\text{又} \because \angle ABF = \angle ACF,$$

$$\therefore \angle ECF = \angle G,$$

$$\text{又} \because \angle CEF = \angle CEG,$$

$$\therefore \triangle ECF \sim \triangle EGC,$$

$$\therefore \frac{CE}{GE} = \frac{FE}{CE}, \text{ 即 } CE^2 = EF \cdot EG;$$

(2) \because 平行四边形 $ABCD$ 中, $AB = CD$,

$$\text{又} \because DG = DC,$$

$$\therefore AB = CD = DG,$$

$$\therefore AB : CG = 1 : 2,$$

$$\because AB \parallel CG,$$

$$\therefore \frac{AB}{CG} = \frac{BE}{GE} = \frac{1}{2},$$

$$\text{即 } \frac{6}{GE} = \frac{1}{2},$$

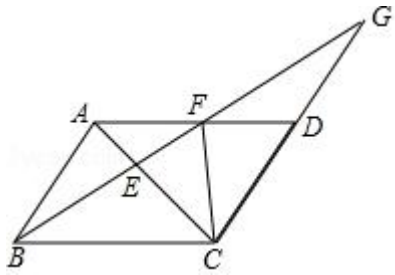
$$\therefore EG = 12, \quad BG = 18,$$

$$\because AB \parallel DG,$$

$$\therefore \frac{BF}{GF} = \frac{AB}{DG} = 1,$$

$$\therefore BF = \frac{1}{2}BG = 9,$$

$$\therefore EF = BF - BE = 9 - 6 = 3.$$



21. 【解答】解：（1）设每个月生产成本的下降率为 x ，

根据题意得： $400(1-x)^2=361$ ，

解得： $x_1=0.05=5%$ ， $x_2=1.95$ （不合题意，舍去）。

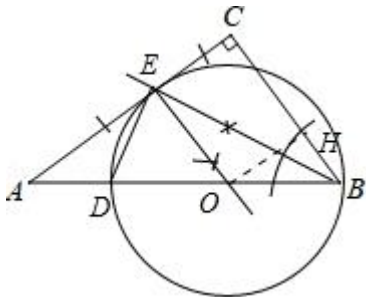
答：每个月生产成本的下降率为 5%。

（2） $361 \times (1-5\%) = 342.95$ （万元）。

答：预测 4 月份该公司的生产成本为 342.95 万元。

22. 【解答】解：（1） $\odot O$ 如图所示；

（2）作 $OH \perp BC$ 于 H 。



$\because AC$ 是 $\odot O$ 的切线，

$\therefore OE \perp AC$ ，

$\therefore \angle C = \angle CEO = \angle OHC = 90^\circ$ ，

\therefore 四边形 $ECHO$ 是矩形，

$\therefore OE = CH = \frac{5}{2}$ ， $BH = BC - CH = \frac{3}{2}$ ，

在 $\text{Rt}\triangle OBH$ 中， $OH = \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2} = 2$ ，

$\therefore EC = OH = 2$ ， $BE = \sqrt{EC^2 + BC^2} = 2\sqrt{5}$ ，

$\therefore \angle EBC = \angle EBD$ ， $\angle BED = \angle C = 90^\circ$ ，

$\therefore \triangle BCE \sim \triangle BED$ ，

$$\begin{aligned} \therefore \frac{DE}{EC} &= \frac{BD}{BE}, \\ \therefore \frac{DE}{2} &= \frac{5}{2\sqrt{5}}, \\ \therefore DE &= \sqrt{5}. \end{aligned}$$

23. 【解答】解：(1) 把 $A(-3, 0)$ 代入 $y = ax^2 + 2ax + c$ 得到 $c = -3a$,

$$\therefore \text{抛物线的解析式为 } y = ax^2 + 2ax - 3a = a(x+1)^2 - 4a,$$

$$\therefore D(-1, -4a), C(0, -3a),$$

$$\because S_{\triangle ACD} = S_{\triangle AOD} + S_{\triangle OCD} - S_{\triangle AOC},$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 3 \times 4a + \frac{1}{2} \times 3a \times 1 - \frac{1}{2} \times 3 \times 3a = 15,$$

解得 $a = 1$,

$$\therefore \text{抛物线的解析式为 } y = x^2 + 2x - 3.$$

(2) 由题意 $Q(-m, -n)$, $B(1, 0)$,

$$\therefore QB^2 = (m+1)^2 + n^2,$$

$$\because n = (m+1)^2 - 4,$$

$$\therefore (m+1)^2 = n+4,$$

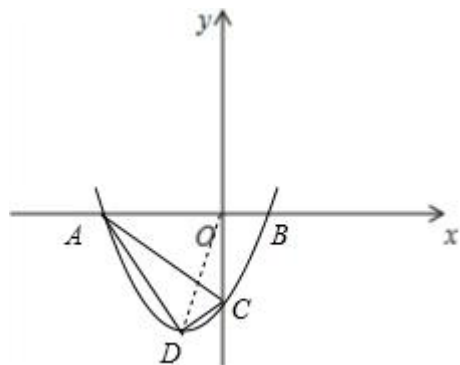
$$\therefore QB^2 = n+4+n^2 = \left(n + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{15}{4},$$

$\therefore n = -\frac{1}{2}$ 时, QB^2 有最小值,

$$\text{此时 } -\frac{1}{2} = (m+1)^2 - 4,$$

解得 $m = -1 - \frac{\sqrt{14}}{4}$ 或 $-1 + \frac{\sqrt{14}}{4}$ (舍弃).

\therefore 当 QB^2 取最小值时, m 的值为 $-1 - \frac{\sqrt{14}}{4}$.



24. 【解答】解：(1) \because 二次函数 $y = ax^2 + bx - 3a$ 经过点 $A(-1, 0)$ 、 $C(0, 3)$,

∴根据题意，得 $\begin{cases} a-b-3a=0, \\ -3a=3 \end{cases}$,

解得 $\begin{cases} a=-1, \\ b=2 \end{cases}$,

∴抛物线的解析式为 $y = -x^2 + 2x + 3$.

(2) 由 $y = -x^2 + 2x + 3 = -(x-1)^2 + 4$ 得， D 点坐标为 $(1, 4)$,

$$\therefore CD = \sqrt{(1-0)^2 + (4-3)^2} = \sqrt{2},$$

$$BC = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2},$$

$$BD = \sqrt{(3-1)^2 + (4-0)^2} = 2\sqrt{5},$$

$$\therefore CD^2 + BC^2 = (\sqrt{2})^2 + (3\sqrt{2})^2 = 20, \quad BD^2 = (2\sqrt{5})^2 = 20,$$

$$\therefore CD^2 + BC^2 = BD^2,$$

∴ $\triangle BCD$ 是直角三角形；

(3) 存在.

$y = -x^2 + 2x + 3$ 对称轴为直线 $x = 1$.

①若以 CD 为底边，则 $P_1D = P_1C$,

设 P_1 点坐标为 (x, y) ，根据勾股定理可得 $P_1C^2 = x^2 + (3-y)^2$ ， $P_1D^2 = (x-1)^2 + (4-y)^2$ ，

$$\text{因此 } x^2 + (3-y)^2 = (x-1)^2 + (4-y)^2,$$

$$\text{即 } y = 4 - x.$$

又 P_1 点 (x, y) 在抛物线上，

$$\therefore 4 - x = -x^2 + 2x + 3,$$

$$\text{即 } x^2 - 3x + 1 = 0,$$

解得 $x_1 = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$ ， $x_2 = \frac{3-\sqrt{5}}{2} < 1$ ，应舍去，

$$\therefore x = \frac{3+\sqrt{5}}{2},$$

$$\therefore y = 4 - x = \frac{5-\sqrt{5}}{2},$$

即点 P_1 坐标为 $(\frac{3+\sqrt{5}}{2}, \frac{5-\sqrt{5}}{2})$.

②若以 CD 为一腰，

$$\therefore \angle ACH = \angle E,$$

$$\therefore CA \parallel FE.$$

(3) 作 $NP \perp AC$ 于 P .

$$\therefore \angle ACH = \angle E,$$

$$\therefore \sin \angle E = \sin \angle ACH = \frac{AH}{AC} = \frac{3}{5}, \text{ 设 } AH = 3a, AC = 5a,$$

$$\text{则 } CH = \sqrt{AC^2 - AH^2} = 4a, \tan \angle CAH = \frac{CH}{AH} = \frac{4}{3},$$

$$\therefore CA \parallel FE,$$

$$\therefore \angle CAK = \angle AGE,$$

$$\therefore \angle AGE = \angle AKH,$$

$$\therefore \angle CAK = \angle AKH,$$

$$\therefore AC = CK = 5a, HK = CK - CH = a, \tan \angle AKH = \frac{AH}{HK} = 3, AK = \sqrt{AH^2 + HK^2} = \sqrt{10}a,$$

$$\therefore AK = \sqrt{10},$$

$$\therefore \sqrt{10}a = \sqrt{10},$$

$$\therefore a = 1. AC = 5,$$

$$\therefore \angle BHD = \angle AGB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BHD + \angle AGB = 180^\circ,$$

在四边形 $BGKH$ 中, $\angle BHD + \angle HKG + \angle AGB + \angle ABG = 360^\circ$,

$$\therefore \angle ABG + \angle HKG = 180^\circ, \therefore \angle AKH + \angle HKG = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle AKH = \angle ABG,$$

$$\therefore \angle ACN = \angle ABG,$$

$$\therefore \angle AKH = \angle ACN,$$

$$\therefore \tan \angle AKH = \tan \angle ACN = 3,$$

$\therefore NP \perp AC$ 于 P ,

$$\therefore \angle APN = \angle CPN = 90^\circ,$$

在 $\text{Rt}\triangle APN$ 中, $\tan \angle CAH = \frac{PN}{AP} = \frac{4}{3}$, 设 $PN = 12b$, 则 $AP = 9b$,

在 $\text{Rt}\triangle CPN$ 中, $\tan \angle ACN = \frac{PN}{CP} = 3$,

$$\therefore CP = 4b,$$

