2018-2019 学年广东省潮州市湘桥区九年级（上）期末数学模拟试卷

一．选择题（共 10 小题，满分 30 分，每小题 3 分）

1．下列所给的汽车标志图案中，既是轴对称图形，又是中心对称图形的是（　　）

A．　　B．

C．　　D．

2．一元二次方程（x+3）（x﹣7）＝0 的两个根是（　　）

A．x_1＝3，x_2＝﹣7　　B．x_1＝3，x_2＝7

C．x_1＝﹣3，x_2＝7　　D．x_1＝﹣3，x_2＝﹣7

3．抛物线 y＝3（x﹣2）^{2}+5 的顶点坐标是（　　）

A．（﹣2，5）　B．（﹣2，﹣5）　C．（2，5）　D．（2，﹣5）

4．用配方法解下列方程，其中应在方程左右两边同时加上 4 的是（　　）

A．x^2﹣2x＝5　B．x^2+4x＝5　C．2x^2﹣4x＝5　D．4x^2+4x＝5

5．下列事件是必然事件的是（　　）

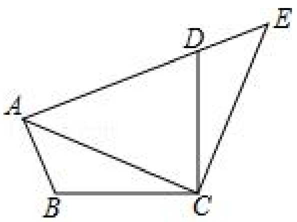
A．NBA 球员投篮 10 次，投中十次

B．明天会下雪

C．党的十九大于 2017 年 10 月 18 日在北京召开

D．抛出一枚硬币，落地后正面朝上

6．如图，将△ABC 绕点 C 顺时针旋转 90°得到△EDC．若点 A，D，E 在同一条直线上，∠ACB＝20°，则∠ADC 的度数是（　　）



A．55°　B．60°　C．65°　D．70°

7．下列关于 x 的方程中一定没有实数根的是（　　）

A．$x^2-x-1=0$　　　B．$4x^2-6x+9=0$　　　C．$x^2=-x$　　　D．$x^2-mx-2=0$

8．半径为 R 的圆内接正三角形的边长为（　　）

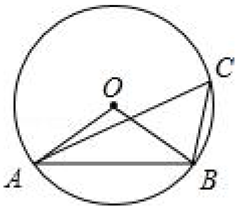
A．R　　　B．$\sqrt{2}R$　　　C．$\sqrt{3}R$　　　D．$3R$

9．在平面直角坐标系中，经过点（4sin45°，2cos30°）的直线，与以原点为圆心，2 为半径的圆的位置关系是（　　）

A．相交　　　B．相切

C．相离　　　D．以上三者都有可能

10．如图，△ABC 内接于⊙O，连结 OA，OB，∠ABO＝40°，则∠C 的度数是（　　）



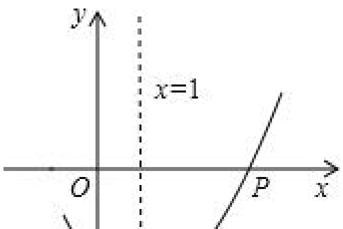
A．100°　　　B．80°　　　C．50°　　　D．40°

二．填空题（共 6 小题，满分 24 分，每小题 4 分）

11．若 a 是方程 $x^2-3x+1=0$ 的根，计算：$a^2-3a+\frac{3a}{a^2+1}=$_______.

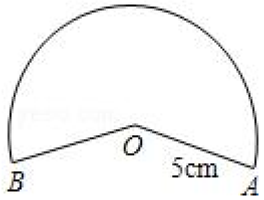
12．若点 P（$2a+3b$，2）关于原点的对称点为 Q（3，$a-2b$），则（$3a+b$）^{2018}＝_______.

13．如图，若抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 上的 P（4，0），Q 两点关于它的对称轴 $x=1$ 对称，则关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的解是_______.

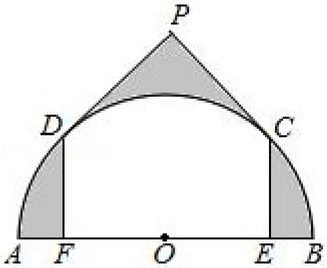


14．如果抛物线 $y=ax^2-2ax+c$ 与 x 轴的一个交点为（5，0），那么与 x 轴的另一个交点的坐标是_______.

15．小明用图中所示的扇形纸片作一个圆锥侧面，已知扇形的半径为 5cm，弧长是 6πcm，那么这个圆锥的高是_______.



16．如图，P 是半圆外一点，PC，PD 是⊙O 的切线，C、D 为切点，过 C，D 分别作直径 AB 的垂线，垂足为 E，F，若 $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{BC}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{CD}$，直径 $AB=10cm$，则图中阴影部分的面积是_______cm^2．



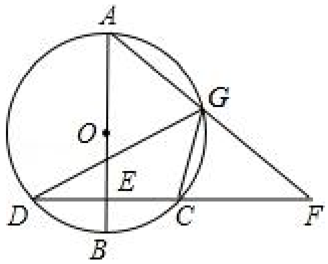
三．解答题（共 3 小题，满分 18 分，每小题 6 分）

17．$x^2-2x-15=0$．（公式法）

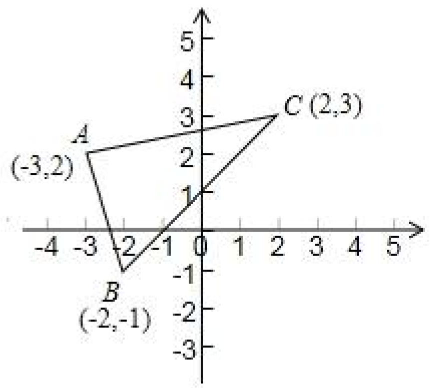
18．已知，如图，AB 是⊙O 的直径，弦 $CD\perp AB$ 于点 E，G 是 $\overset{\frown}{AC}$ 上一点，AG 与 DC 的延长线交于点 F.

（1）如 $CD=8$，$BE=2$，求⊙O 的半径长；

（2）求证：$\angle FGC=\angle AGD$.



19．如图，画出△ABC 关于原点 O 对称的△$A_1B_1C_1$，并写出点 A_1，B_1，C_1 的坐标.



四．解答题（共 3 小题，满分 21 分，每小题 7 分）

20．受益于国家支持新能源汽车发展和“一带一路”发展战略等多重利好因素，某市汽车零部件生产企业的利润逐年提高，据统计，2015 年利润为 2 亿元，2017 年利润为 2.88 亿元．

（1）求该企业从 2015 年到 2017 年利润的年平均增长率；

（2）若 2018 年保持前两年利润的年平均增长率不变，该企业 2018 年的利润能否超过 3.5 亿元？

21．在体育活动课中，体育老师随机抽取了九年级甲、乙两班部分学生进行某体育项目的测试，并对成绩进行统计分析，绘制了频数分布表，请你根据表中的信息完成下列问题：

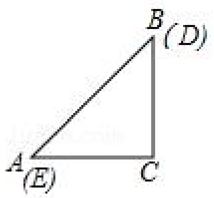
（1）频数分布表中 a＝_______，b＝_______；

（2）如果该校九年级共有学生 900 人，估计该校该体育项目的成绩为良和优的学生有多少人？

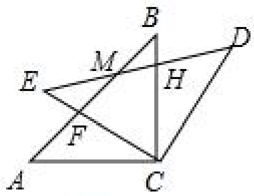
（3）已知第一组中有两个甲班学生，第二组中只有一个乙班学生，老师随机从这两个组中各选一名学生对体育活动课提出建议，则所选两人正好是甲班和乙班各一人的概率是多少？

分　　组	频数	频率
第一组（不及格）	3	0.15
第二组（中）	b	0.20
第三组（良）	7	0.35
第四组（优）	6	a

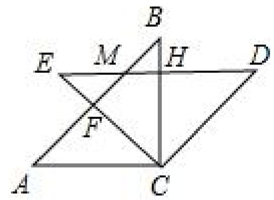
22．如图①，两个全等的等腰直角△*ABC* 和△*EDC* 中，∠*ACB*＝∠*ECD*＝90°，点 *A* 与点 *E* 重合，点 *D* 与点 *B* 重合．现△*ABC* 不动，把△*EDC* 绕点 *C* 按顺时针方向旋转，旋转角为 α（0°＜α＜90°）．



图①



图②



图③

（1）如图②，*AB* 与 *CE* 交于 *F*，*ED* 与 *AB*、*BC* 分别交于 *M*、*H*．求证：*CF*＝*CH*；

（2）如图③，当α＝45°时，试判断四边形 *ACDM* 是什么四边形，并说明理由；

（3）如图②，在△*EDC* 绕点 *C* 旋转的过程中，连接 *BD*，当旋转角α的度数为_______时，△*BDH* 是等腰三角形．

五．解答题（共 3 小题，满分 27 分，每小题 9 分）

23．某大学生创业团队抓住商机，购进一批干果分装成营养搭配合理的小包装后出售，每袋成本 3 元．试销期间发现每天的销售量 *y*（袋）与销售单价 *x*（元）之间满足一次函数关系，部分数据如表所示，其中 3.5≤*x*≤5.5，另外每天还需支付其他各项费用 80 元．

销售单价 *x*（元）	3.5	5.5
销售量 *y*（袋）	280	120

（1）请直接写出 *y* 与 *x* 之间的函数关系式；

（2）如果每天获得 160 元的利润，销售单价为多少元？

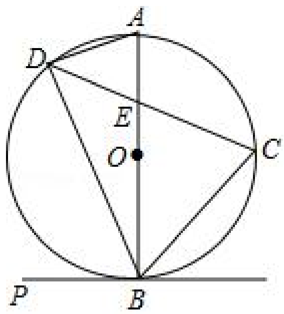
（3）设每天的利润为 *w* 元，当销售单价定为多少元时，每天的利润最大？最大利润是多少元？

24．如图，C、D 是以 AB 为直径的⊙O 上的点，$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BC}$，弦 CD 交 AB 于点 E．

（1）当 PB 是⊙O 的切线时，求证：$\angle PBD=\angle DAB$；

（2）求证：$BC^2-CE^2=CE\cdot DE$；

（3）已知 $OA=4$，E 是半径 OA 的中点，求线段 DE 的长．

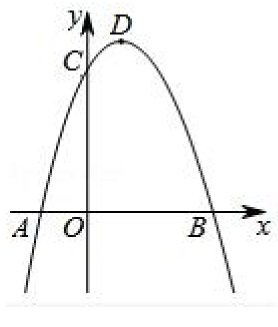


25．如图，已知二次函数 $y=ax^2+bx-3a$ 经过点 A（-1，0），C（0，3），与 x 轴交于另一点 B，抛物线的顶点为 D．

（1）求此二次函数解析式；

（2）连接 DC、BC、DB，求证：$\triangle BCD$ 是直角三角形；

（3）在对称轴右侧的抛物线上是否存在点 P，使得$\triangle PDC$ 为等腰三角形？若存在，求出符合条件的点 P 的坐标；若不存在，请说明理由．



参考答案

一．选择题（共 10 小题，满分 30 分，每小题 3 分）

1．【解答】解：A、是轴对称图形，不是中心对称图形，故本选项错误；

B、既是轴对称图形，又是中心对称图形，故本选项正确；

C、是轴对称图形，不是中心对称图形，故本选项错误；

D、是轴对称图形，不是中心对称图形，故本选项错误．

故选：B．

2．【解答】解：

∵（$x+3$）（$x-7$）$=0$，

∴$x+3=0$ 或 $x-7=0$，

∴$x_1=-3$，$x_2=7$，

故选：C．

3．【解答】解：抛物线 $y=3(x-2)^2+5$ 的顶点坐标为（2，5），

故选：C．

4．【解答】解：用配方法解下列方程，其中应在方程左右两边同时加上 4 的是 $x^2+4x=5$，

故选：B．

5．【解答】解：A、NBA 球员投篮 10 次，投中十次是随机事件，错误；

B、明天会下雪是随机事件，错误；

C、党的十九大于 2017 年 10 月 18 日在北京召开是必然事件，正确；

D、抛出一枚硬币，落地后正面朝上是随机事件，错误；

故选：C．

6．【解答】解：∵将△ABC 绕点 C 顺时针旋转 90° 得到△EDC．

∴$\angle DCE=\angle ACB=20°$，$\angle BCD=\angle ACE=90°$，$AC=CE$，

∴$\angle ACD=90°-20°=70°$，

∵点 A，D，E 在同一条直线上，

∴$\angle ADC+\angle EDC=180°$，

∵$\angle EDC+\angle E+\angle DCE=180°$，

∴$\angle ADC=\angle E+20°$，

∵$\angle ACE=90°$，$AC=CE$

∴$\angle DAC+\angle E=90°$，$\angle E=\angle DAC=45°$

在△ADC 中，$\angle ADC+\angle DAC+\angle DCA=180°$，

即 $45°+70°+\angle ADC=180°$，

解得：$\angle ADC=65°$，

故选：C.

7.【解答】解：A、$\triangle=5>0$，方程有两个不相等的实数根；

B、$\triangle=-108<0$，方程没有实数根；

C、$\triangle=1=0$，方程有两个相等的实数根；

D、$\triangle=m^2+8>0$，方程有两个不相等的实数根.

故选：B.

8.【解答】解：如图所示，$OB=OA=R$；

∵△ABC 是正三角形，

由于正三角形的中心就是圆的圆心，

且正三角形三线合一，

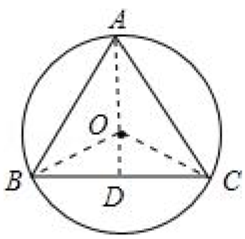
所以 BO 是$\angle ABC$ 的平分线；

$\angle OBD=60°\times\frac{1}{2}=30°$，

$BD=R\cdot\cos30°=R\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}$;

根据垂径定理，$BC=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}R=\sqrt{3}R$.

故选：C.



9.【解答】解：设直线经过的点为 A，

∵点 A 的坐标为（$4\sin45°$，$2\cos30°$），

∴$OA=\sqrt{(4\times\frac{\sqrt{2}}{2})^2+(2\times\frac{\sqrt{3}}{2})^2}=\sqrt{11}$,

∵圆的半径为 2，

∴$OA>2$，

∴点 A 在圆外，

∴直线和圆相交，相切、相离都有可能，

故选：D.

10.【解答】解：∵$OA=OB$，$\angle ABO=40°$，

∴$\angle AOB=100°$，

∴$\angle C=\frac{1}{2}\angle AOB=50°$，

故选：C.

二．填空题（共 6 小题，满分 24 分，每小题 4 分）

11.【解答】解：∵a 是方程 $x^2-3x+1=0$ 的根，

∴$a^2-3a+1=0$，

则 $a^2-3a=-1$，$a^2+1=3a$，

所以原式$=-1+1=0$，

故答案为：0.

12.【解答】解：∵点 P（$2a+3b$，2）关于原点的对称点为 Q（3，$a-2b$），

∴$\begin{cases}2a+3b=-3\\a-2b=-2\end{cases}$，

解得$\begin{cases}a=-\frac{12}{7}\\b=\frac{1}{7}\end{cases}$，

所以，$(3a+b)^{2018}=[3\times(-\frac{12}{7})+\frac{1}{7}]^{2018}=5^{2018}$.

故答案为：5^{2018}.

13.【解答】解：∵抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 上的 P（4，0），Q 两点关于它的对称轴 $x=1$ 对称，

∴P，Q 两点到对称轴 $x=1$ 的距离相等，

∴Q 点的坐标为：（-2，0）.

∴关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的解是 $x_1=-2$、$x_2=4$，

故答案为：$x_1=-2$、$x_2=4$.

14.【解答】解：∵抛物线 $y=ax^2-2ax+c$（$a\neq0$）的对称轴为直线 $x=1$，且抛物线与 x 轴的一个交点为（5，0），

∴抛物线与 x 轴的另一交点坐标为（$1\times2-5$，0），即（-3，0）.

故答案为：（﹣3，0）.

15.【解答】解：设圆锥的底面圆的半径为 r，

根据题意得 $2\pi r=6\pi$，解得 $r=3$，

所以圆锥的高 $=\sqrt{5^2-3^2}=4$（cm）.

故答案为 $4cm$.

16.【解答】解：连接 OD、OC，

∵PC，PD 是⊙O 的切线，

∴$\angle PDO=\angle PCO=90°$，$PC=PD$，

∵$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{BC}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{CD}$，$P$ 是半圆外一点，

∴$\angle DOC=90°$，$\angle DOF=\angle COE=45°$，

∴四边形 $PDOC$ 是正方形，

∵$DF\perp AB$，$CE\perp AB$，

∴$\triangle DFO$ 和 $\triangle CEO$ 是等腰直角三角形，

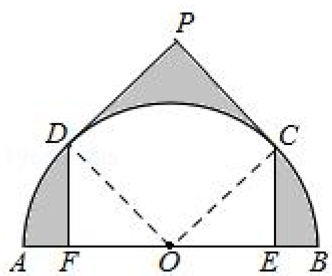
∵直径 $AB=10$，

∴$OD=OC=5$，

∴$OE=OF=\frac{5\sqrt{2}}{2}$，

∴图中阴影部分的面积 $=S_{正方形PDOC}-S_{扇形ODC}+2(S_{扇形ODA}-S_{\triangle ODF})=5\times5-\frac{90\pi\times5^2}{360}+2\left(\frac{45\pi\times5^2}{360}-\frac{1}{2}\times\frac{5\sqrt{2}}{2}\times\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)=25-\frac{25\pi}{4}+\frac{25\pi}{4}-\frac{25}{2}=12.5cm^2$.

故答案为：12.5.



三．解答题（共 3 小题，满分 18 分，每小题 6 分）

17.【解答】解：∵$x^2-2x-15=0$.

∴$a=1$，$b=-2$，$c=-15$，

∴$b^2-4ac=4+60=64>0$，

$\therefore x=\dfrac{2\pm\sqrt{64}}{2}$,

$\therefore x=5$ 或 -3.

18.【解答】(1)解：连接 OC. 设⊙O 的半径为 R.

$\because CD\perp AB$,

$\therefore DE=EC=4$,

在 Rt△OEC 中，$\because OC^2=OE^2+EC^2$,

$\therefore R^2=(\mathbf{R}-2)^2+4^2$,

解得 $R=5$.

(2)证明：连接 AD,

$\because$弦 $CD\perp AB$

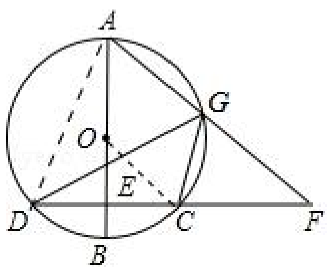
$\therefore \overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{AC}$,

$\therefore \angle ADC=\angle AGD$,

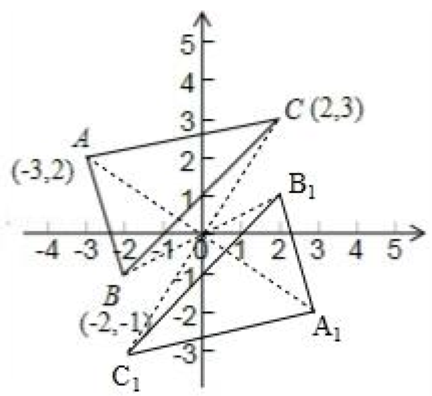
$\because$四边形 $ADCG$ 是圆内接四边形,

$\therefore \angle ADC=\angle FGC$,

$\therefore \angle FGC=\angle AGD$.



19.【解答】解：如图所示，△$A_1B_1C_1$ 即为所求,



A_1(3, -2), B_1(2, 1), C_1(-2, -3).

四．解答题（共 3 小题，满分 21 分，每小题 7 分）

20．【解答】解：（1）设这两年该企业年利润平均增长率为 x．根据题意得

$2(1+x)^2=2.88$，

解得 $x_1=0.2=20\%$，$x_2=-2.2$ （不合题意，舍去）．

答：这两年该企业年利润平均增长率为 20%；

（2）如果 2018 年仍保持相同的年平均增长率，那么 2018 年该企业年利润为：

$2.88(1+20\%)=3.456$，

$3.456<3.5$

答：该企业 2018 年的利润不能超过 3.5 亿元．

21．【解答】解：（1）$a=1-(0.15+0.20+0.35)=0.3$，

∵总人数为：$3\div0.15=20$（人），

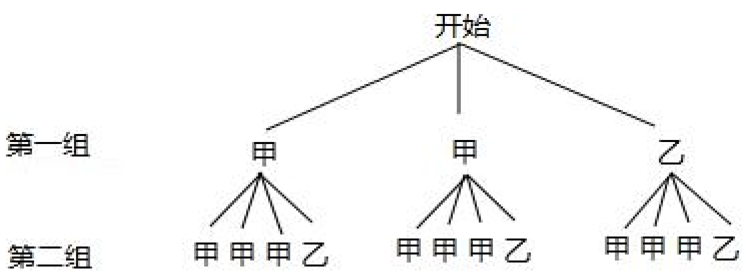
∴$b=20\times0.20=4$（人）；

故答案为：0.3，4；

（2）$900\times(0.35+0.3)=585$（人），

答：估计该校该体育项目的成绩为良和优的学生有 585 人；

（3）画树状图如下：



由树状图可知共有 12 种等可能结果，其中所选两人正好是甲班和乙班各一人的有 5 种，

所以所选两人正好是甲班和乙班各一人的概率为$\frac{5}{12}$.

22．【解答】（1）证明：∵△ABC 和△EDC 是全等的等腰直角三角形，

∴$\angle A=\angle B=\angle E=\angle D=45°$，$CA=CB=CE=CD$，

∵△ABC 不动，把△EDC 绕点 C 按顺时针方向旋转，旋转角为α，

∴$CA=CD$，$\angle A=\angle D$，$\angle ACE=\angle BCD=\alpha$，

在△CAF和△CDH中

$$\begin{cases}\angle A=\angle D\\ CA=CD\\ \angle ACF=\angle DCH\end{cases},$$

∴△CAF≌△CDH，

∴$CF=CH$；

（2）解：四边形$ACDM$是菱形．理由如下：

∵$\angle ACE=\angle BCD=45°$，

而$\angle A=45°$，

∴$\angle AFC=90°$，

而$\angle FCD=90°$，

∴$AB\parallel CD$，

同理可得$AC\parallel DE$，

∴四边形$ACDM$是平行四边形，

而$CA=CD$，

∴四边形$ACDM$是菱形；

（3）解：∵$CB=CD$，$\angle BCD=\alpha$，

∴$\angle CBD=\angle CDB=\frac{1}{2}(180°-\alpha)$，

∴$\angle HBD>\angle BDH$，

∴当$DB=DH$或$BH=BD$时，△BDH是等腰三角形，

∵$\angle BHD=\angle HCD+\angle HDC=\alpha+45°$，

当$DB=DH$，则$\angle HBD=\angle BHD$，即$\frac{1}{2}(180°-\alpha)=\alpha+45°$，解得$\alpha=30°$；

当$BH=BD$，则$\angle BHD=\angle BDH$，即$\alpha+45°=\frac{1}{2}(180°-\alpha)-45°$，解得$\alpha=0$（舍去），

∴$\alpha=30°$，

即当旋转角α的度数为30°时，△BDH是等腰三角形．

故答案为30°．

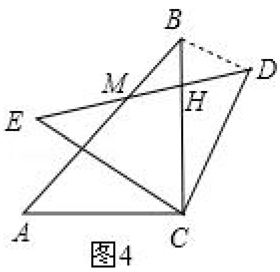


图4

五．解答题（共 3 小题，满分 27 分，每小题 9 分）

23．【解答】解：（1）设 $y=kx+b$，

将 $x=3.5$，$y=280$；$x=5.5$，$y=120$ 代入，

得 $\begin{cases}3.5k+b=280\\5.5k+b=120\end{cases}$，解得 $\begin{cases}k=-80\\b=560\end{cases}$，

则 y 与 x 之间的函数关系式为 $y=-80x+560$；

（2）由题意，得（$x-3$）（$-80x+560$）$-80=160$，

整理，得 $x^2-10x+24=0$，

解得 $x_1=4$，$x_2=6$．

∵$3.5\leqslant x\leqslant 5.5$，

∴$x=4$．

答：如果每天获得 160 元的利润，销售单价为 4 元；

（3）由题意得：$w=(x-3)(-80x+560)-80$

$=-80x^2+800x-1760$

$=-80(x-5)^2+240$，

∵$3.5\leqslant x\leqslant 5.5$，

∴当 $x=5$ 时，w 有最大值为 240．

故当销售单价定为 5 元时，每天的利润最大，最大利润是 240 元．

24．【解答】解：（1）∵AB 是⊙O 的直径，

∴$\angle ADB=90°$，即 $\angle BAD+\angle ABD=90°$，

∵PB 是⊙O 的切线，

∴$\angle ABP=90°$，即 $\angle PBD+\angle ABD=90°$，

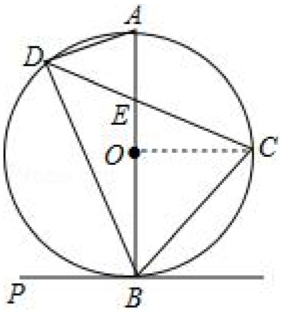
∴$\angle BAD=\angle PBD$；

（2）∵$\angle A=\angle C$、$\angle AED=\angle CEB$，

∴$\triangle ADE\backsim\triangle CBE$，

∴$\frac{DE}{BE}=\frac{AE}{CE}$，即 $DE\cdot CE=AE\cdot BE$，

如图，连接 OC，



设圆的半径为 r，则 $OA=OB=OC=r$，

则 $DE\cdot CE=AE\cdot BE=(OA-OE)(OB+OE)=r^2-OE^2$，

∵$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BC}$，

∴$\angle AOC=\angle BOC=90^\circ$，

∴$CE^2=OE^2+OC^2=OE^2+r^2$，$BC^2=BO^2+CO^2=2r^2$，

则 $BC^2-CE^2=2r^2-(OE^2+r^2)=r^2-OE^2$，

∴$BC^2-CE^2=DE\cdot CE$；

（3）∵$OA=4$，

∴$OB=OC=OA=4$，

∴$BC=\sqrt{OB^2+OC^2}=4\sqrt{2}$，

又∵E 是半径 OA 的中点，

∴$AE=OE=2$，

则 $CE=\sqrt{OC^2+OE^2}=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$，

∵$BC^2-CE^2=DE\cdot CE$，

∴$(4\sqrt{2})^2-(2\sqrt{5})^2=DE\cdot 2\sqrt{5}$，

解得：$DE=\frac{6\sqrt{5}}{5}$.

25．【解答】解：（1）∵二次函数 $y=ax^2+bx-3a$ 经过点 $A(-1,0)$、$C(0,3)$，

∴根据题意，得$\begin{cases}a-b-3a=0\\-3a=3\end{cases}$，

解得$\begin{cases}a=-1\\b=2\end{cases}$，

∴抛物线的解析式为$y=-x^2+2x+3$.

（2）由$y=-x^2+2x+3=-(x-1)^2+4$得，D点坐标为（1，4），

∴$CD=\sqrt{(1-0)^2+(4-3)^2}=\sqrt{2}$，

$BC=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}$，

$BD=\sqrt{(3-1)^2+(4-0)^2}=2\sqrt{5}$，

∵$CD^2+BC^2=(\sqrt{2})^2+(3\sqrt{2})^2=20$，$BD^2=(2\sqrt{5})^2=20$，

∴$CD^2+BC^2=BD^2$，

∴△BCD是直角三角形；

（3）存在.

$y=-x^2+2x+3$对称轴为直线$x=1$.

①若以CD为底边，则$P_1D=P_1C$，

设P_1点坐标为（x，y），根据勾股定理可得$P_1C^2=x^2+(3-y)^2$，$P_1D^2=(x-1)^2+(4-y)^2$，

因此$x^2+(3-y)^2=(x-1)^2+(4-y)^2$，

即$y=4-x$.

又P_1点（x，y）在抛物线上，

∴$4-x=-x^2+2x+3$，

即$x^2-3x+1=0$，

解得$x_1=\frac{3+\sqrt{5}}{2}$，$x_2=\frac{3-\sqrt{5}}{2}<1$，应舍去，

∴$x=\frac{3+\sqrt{5}}{2}$，

∴$y=4-x=\frac{5-\sqrt{5}}{2}$，

即点P_1坐标为（$\frac{3+\sqrt{5}}{2}$，$\frac{5-\sqrt{5}}{2}$）.

②若以CD为一腰，

∵点 P_2 在对称轴右侧的抛物线上，由抛物线对称性知，点 P_2 与点 C 关于直线 $x=1$ 对称，此时点 P_2 坐标为（2，3）.

∴符合条件的点 P 坐标为（$\frac{3+\sqrt{5}}{2}$，$\frac{5-\sqrt{5}}{2}$）或（2，3）.