

## 普陀区 2016 学年度第一学期初三质量调研

### 数学试卷

(时间: 100 分钟 满分: 150 分)

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题. 答题时考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效.
2. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

[下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸相应位置上]

1. “相似的图形”是 ( )
  - A. 形状相同的图形
  - B. 大小不相同的图形
  - C. 能够重合的图形
  - D. 大小相同的图形

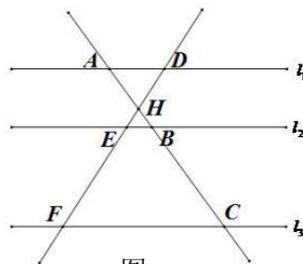


图 1

2. 下列函数中,  $y$  关于  $x$  的二次函数的是 ( )

- A.  $y = 2x + 1$
- B.  $y = 2x(x + 1)$
- C.  $y = \frac{2}{x^2}$
- D.  $y = (x - 1)^2 - x^2$

3. 如图 1, 直线  $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$ , 直线  $AC$  分别交  $l_1$ 、 $l_2$ 、 $l_3$  于点  $A$ 、 $B$ 、 $C$ , 直线  $DF$  分别交  $l_1$ 、 $l_2$ 、 $l_3$  于点  $D$ 、 $E$ 、 $F$ ,  $AC$  与  $DF$  相交于点  $H$ . 如果  $AH = 2$ ,  $HB = a$ ,  $BC = 5$ , 那么

$\frac{DE}{EF}$  的值等于 ( )

- A.  $\frac{1}{5}$
- B.  $\frac{1}{3}$
- C.  $\frac{2}{5}$
- D.  $\frac{3}{5}$

4. 抛物线  $y = -x^2 + bx + c$  上部分点的横坐标  $x$ 、纵坐标  $y$  的对应值如下表所示:

$x$	...	-2	-1	0	1	2	...
$y$	...	0	4	6	6	4	...

从上表可知, 下列说法中, 错误的是 ( )

- A. 抛物线与  $x$  轴的一个交点坐标为  $(-2, 0)$
- B. 抛物线与  $y$  轴的一个交点坐标为  $(0, 6)$

C. 抛物线的对称轴是直线  $x = 0$

D. 抛物线在对称轴左侧部分是上升的

5. 如图 2, 在四边形  $ABCD$  中, 如果  $\angle ADC = \angle BAC$ , 那么下列条件中不能判定  $\triangle ADC$  和  $\triangle BAC$  相似的是 ( )

A.  $\angle DAC = \angle ABC$

B.  $AC$  是  $\angle BCD$  的平分线

C.  $AC^2 = BC \cdot CD$

D.  $\frac{AD}{AB} = \frac{DC}{AC}$

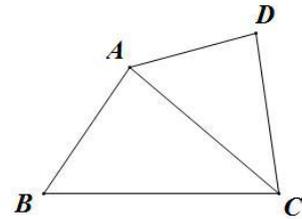


图 2

6. 下列说法中, 错误的是 ( )

A. 长度为 1 的向量叫做单位向量

B. 若果  $k \neq 0$ , 且  $\vec{a} \neq \vec{0}$ , 那么  $k\vec{a}$  的方向与  $\vec{a}$  的方向相同

C. 如果  $k = 0$  或  $\vec{a} = \vec{0}$ , 那么  $k\vec{a} = \vec{0}$

D. 如果  $\vec{a} = \frac{5}{2}\vec{c}, \vec{b} = -\frac{1}{2}\vec{c}$ , 其中  $\vec{c}$  是非零向量, 那么  $\vec{a} \parallel \vec{b}$

## 二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. 如果  $x:y = 4:3$ , 那么  $\frac{x-y}{y} =$  \_\_\_\_\_.

8. 计算:  $3\vec{a} - 4(\vec{a} + \vec{b}) =$  \_\_\_\_\_.

9. 如果抛物线  $y = (m-1)x^2$  的开口向上, 那么  $m$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

10. 抛物线  $y = 4x^2 - 3x$  与  $y$  轴的交点坐标是 \_\_\_\_\_.

11. 如果点  $A(3, n)$  在二次函数  $y = x^2 + 2x - 3$  的图像上, 那么  $n$  的值等于 \_\_\_\_\_.

12. 已知线段  $AB$  的长为 10 厘米, 点  $P$  是线段  $AB$  的黄金分割点, 那么较长的线段  $AP$  的长等于 \_\_\_\_\_ 厘米.

13. 利用复印机的缩放功能, 将原图中边长为 5 厘米的一个等边三角形放大成边长为 20 厘米的等边三角形, 那么放大前后的两个三角形的周长之比是 \_\_\_\_\_.

14. 已知点  $P$  在半径为 5 的  $\odot O$  外, 如果设  $OP = x$ , 那么  $x$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

15. 如果在港口  $A$  的南偏东  $52^\circ$  方向有一座小岛  $B$ , 那么从小岛  $B$  观察港口  $A$  的方向是 \_\_\_\_\_.

16. 在半径为 4 厘米的圆面中, 挖取一个半径为  $x$  厘米的圆面, 剩下的部分面积为  $y$  平方厘

米，写出  $y$  关于  $x$  的函数解析式：\_\_\_\_\_。（结果保留  $\pi$ ，不要求写出定义域）

17. 如果等腰三角形的腰与底边的比是 5:6，那么底角的余弦值等于\_\_\_\_\_。

18. 如图 3， $DE \parallel BC$ ，且过  $\triangle ABC$  的重心，分别与  $AB$ 、 $AC$  交于点  $D$ 、 $E$ ，点  $P$  是线段  $DE$  上的一点， $CP$  的延长线交  $AB$  于点  $Q$ 。如果  $\frac{DP}{DE} = \frac{1}{4}$ ，那么  $S_{\triangle DPQ} : S_{\triangle CPE}$  的值是\_\_\_\_\_。

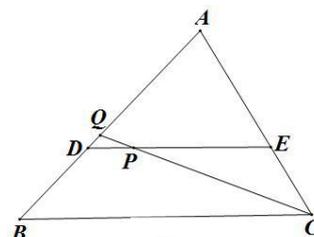


图 3

三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. （本题满分 10 分）

计算：
$$\cos^2 45^\circ + \frac{\cot 30^\circ}{2 \sin 60^\circ + 1} - \sqrt{3} \cdot \tan 30^\circ$$

20. （本题满分 10 分）

如图 4，已知  $AD$  是  $\odot O$  的直径， $BC$  是  $\odot O$  的弦， $AD \perp BC$ ，垂足为点  $E$ ， $AE = BC = 16$ 。求  $\odot O$  的直径。

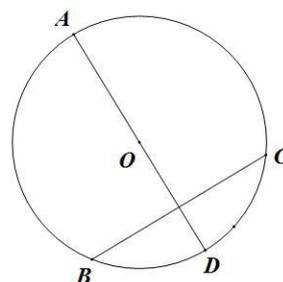


图 4

21. (本题满分 10 分)

如图 5, 已知向量  $\vec{OA}$ ,  $\vec{OB}$  和  $\vec{OP}$ ,

(1) 求作: 向量  $\vec{OP}$  分别在  $\vec{OA}$ ,  $\vec{OB}$  方向上的分向量  $\vec{OD}$ ,  $\vec{OE}$ ; (不要求写作法, 但在图中明确标出向量  $\vec{OD}$  和  $\vec{OE}$ )

(2) 如果点  $A$  是线段  $OD$  的中点, 联结  $AE$ , 叫线段  $OP$  于点  $Q$ , 设  $\vec{OA} = \vec{a}$ ,  $\vec{OP} = \vec{p}$ , 那么试用  $\vec{a}$ ,  $\vec{p}$  表示向量  $\vec{PE}$ ,  $\vec{QE}$ . (请直接写出结论)

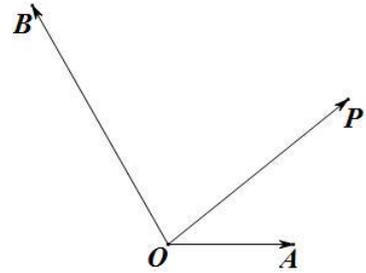


图 5

22. (本题满分 10 分)

一段斜坡路面的截面图如图 6 所示,  $BC \perp AC$ , 其中坡面  $AB$  的坡比  $i_1 = 1:2$ . 现计划削坡放缓, 新坡面的坡角为原坡面坡角的一半, 求新坡面  $AD$  的坡比  $i_2$ . (结果保留根号)

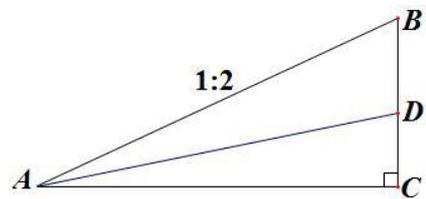


图 6

23. (本题满分 12 分)

已知：如图 7，在四边形  $ABCD$  中， $\angle BAD = \angle CDA$ ， $AB = DC = \sqrt{ab}$ ， $CE = a$ ， $AC = b$ . 求证：

- (1)  $\triangle DEC \sim \triangle ADC$ ;
- (2)  $AE \cdot AB = BC \cdot DE$ .

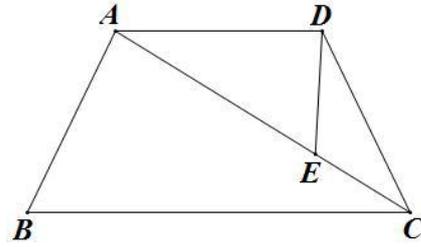


图 7

24. (本题满分 12 分)

如图 8，已知在平面直角坐标系  $xOy$  中，点  $A(4,0)$  是抛物线  $y = ax^2 + 2x + c$  上的一点，将此抛物线向下平移 6 个单位后经过点  $B(0,2)$ ，平移后所得到的新抛物线的顶点记为  $C$ ，新抛物线的对称轴与线段  $AB$  的交点记为  $P$ .

- (1) 求平移后所得到的新抛物线的表达式，并写出点  $C$  的坐标；
- (2) 求  $\angle CBA$  的正切值；
- (3) 如果点  $Q$  是新抛物线对称轴上的一点，且  $\triangle BCQ$  与  $\triangle ACP$  相似，求点  $Q$  的坐标.

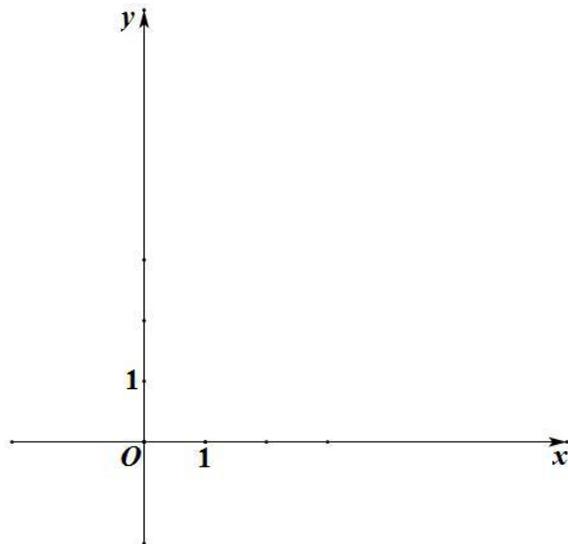


图 8

25. (本题满分 14 分)

如图 9, 在直角三角形  $ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $AB = 10$ ,  $\sin B = \frac{3}{5}$ , 点  $O$  是  $AB$  的中点.  $\angle DOE = \angle A$ , 当  $\angle DOE$  以点  $O$  为旋转中心旋转时,  $OD$  交  $AC$  的延长线于点  $D$ , 交边  $CB$  于点  $M$ ;  $OE$  交线段  $BM$  于点  $N$ .

- (1) 当  $CM = 2$  时, 求线段  $CD$  的长;
- (2) 设  $CM = x$ ,  $BN = y$ , 试求  $y$  与  $x$  之间的函数解析式, 并写出定义域;
- (3) 如果  $\triangle OMN$  是以  $OM$  为腰的等腰三角形, 请直接写出线段  $CM$  的长.

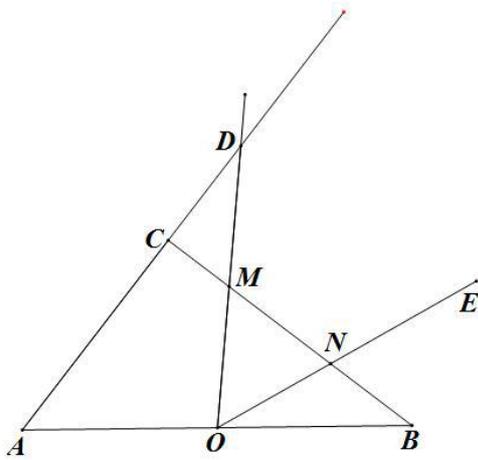
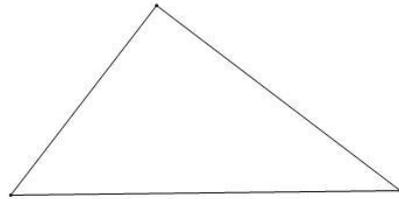


图 9



备用图