

通过 2012 年一道物理竞赛题 探究超声波测速原理

谢军平

(新疆焉耆农二师八一中学 新疆 841100)

2012年第七届全国高中应用物理竞赛已经落下帷幕. 纵观此次竞赛题目不难发现: 全卷立足于高中物理基础知识, 关注生活, 重视科技, 注重物理知识在实际生活中的应用, 全面考查了考生应用物理知识解决实际问题的能力. 该竞赛题中有一道“超声波测速仪测量车速”的题目, 笔者想对此题进一步拓展和探究以探寻解决此类问题的基本原理和一般方法.

原题欣赏 为保障交通安全, 对公路上的行车速度就要有一定的限制, 因此要对公路上过往的车辆进行车速的检测. 通常高速公路上用超声波测速仪测量车速, 测速仪发出并接收被车辆反射回的脉冲信号, 根据发出和接收的信号时间差, 可以算出被测车辆的速度. 设车辆匀速驶向检测者, 当汽车行至某一位置时, 测速仪发出第一个脉冲信号, 后经汽车反射后被测速仪接收, 测速仪记录下从发射到接收信号历时 $t_1 = 0.4\text{ s}$; 在发出第一个信号后 $\Delta t = 1.0\text{ s}$ 后又发出第二个信号, 之后经 $t_2 = 0.3\text{ s}$ 又收到了反射信号. 超声波在空气中的速度是 $v = 340\text{ m/s}$, 求汽车在先后两次反射超声波脉冲信号时间内的位移 Δx 和汽车速度大小.

此题涉及的问题是超声波测速. 由于超声波波长比可闻声波短得多, 基本上沿直线传播且容易被反射, 因此被广泛应用于测定物体的速度.

下面对超声波测速过程和测速原理进行分析和探究:

1 测速装置

仪器 A 和 B 通过电缆连接, 且为超声波发射与接受一体化装置, 而仪器 A 为 B 提供超声波信号源, 且能将 B 接受的超声波信号进行处理, 并在荧光屏上显示其波形.

2 测速过程和波形分析

2.1 测速过程

固定装置 B, 并将它对准匀速行驶的汽车 Q (不妨设汽车远离超声波波源运动), 使其每隔固定的时间 T_0 发射一个短促的超声波脉冲 (如图 1 所示, 幅度较大的波形), 而 B 接受的由小车 Q 反射回的超声波经仪器 A 处理后显示在图中 (幅度较小的波形), 反射波滞后的时间已在图 2 中标出, 其中 T_0 和 ΔT 为已知量, 测定条件下声波在空气中的速度为 v_0 . 通过这些已知量, 可计算出小车的速度.



图1

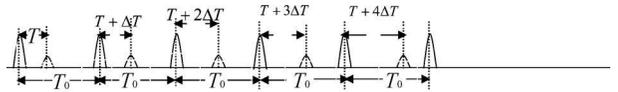


图2

2.2 波形分析

每相邻两个幅度较大的波形间的时间间隔恒为 T_0 . 对发射波和接收波信号的分析可知: 相邻发射波和接收波时间间隔增大, 这说明小车正在远离超声波波源运动, 由于相邻发射波与接收波信号时间间隔依次均匀增大 ΔT , 这说明小车做匀速直线运动.

2.3 测速示意图



图3

3 测速原理

推导过程: 设先后两次发射的超声波信号分别经过 t_1 和 t_2 时间被接收装置接收到, 从第一个发射信号与小车相遇计时开始到第二个发射信号与小车相遇计时结束, 这段时间内小车的位移用超声波的速度表示为:

$$s_{\text{车}} = \frac{t_2 - t_1}{2} v \quad (1)$$

而

$$t_2 - t_1 = \Delta T \quad (2)$$

结合 (1)、(2) 两式有

$$s_{\text{车}} = \frac{\Delta T}{2} v \quad (3)$$

同样在这段时间内, 小车的位移用小车的速度表示为

$$s_{\text{车}} = \left[\frac{t_1}{2} + (T_0 - t_1) + \frac{t_2}{2} \right] v_{\text{车}} \quad (4)$$

上式当中: $\frac{t_1}{2}$ 指第一个超声波脉冲信号遇到小车后返回接受装置 B 的时间; $(T_0 - t_1)$ 指从接受到第一个超声波脉冲信号开始到发射第二个超声波脉冲信号所经历的时间, $\frac{t_2}{2}$ 指第二个超声波脉冲信号与小车相遇的时间.

根据 (2) ~ (4) 式有

$$v_{\text{车}} = \frac{\Delta T}{2T_0 + \Delta T} v.$$

4 解 2012 年全国高中应用物理竞赛“超声波测速”原题 因为 $t_2 < t_1$, 所以汽车靠近超声波发射装置运动. ◀

用初等方法证明简谐运动周期公式

赵保现

(北京市第八十中学 北京 100102)

如图1所示,质量为 m 的质点 I,以 O 为平衡位置在 B 、 C 间做简谐运动,振幅为 A .若建立以 O 点为原点的一维坐标系,则质点所受回复力 $F = -kx$ (k 为比例系数).试证明:

质点 I 振动的周期 $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$.

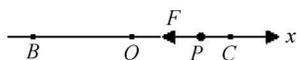


图1

证明 某时刻质点 I 位于 P 点,此时该质点的位置坐标、速度分别为 x 、 v .由 C 到 P ,根据动能定理,得

$$\sum_C^P F \cdot \Delta x = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_C^2,$$

把 $F = -kx$ 、 $v_C = 0$,代入上式,得

$$\sum_C^P (-kx) \cdot \Delta x = \frac{1}{2}mv^2 \quad (1)$$

其中

$$\Delta x = x_2 - x_1.$$

x_1 、 x_2 分别表示质点由 C 运动到 P 的过程中,在时间 Δt 内先后经过的位置坐标,所以 $x_1 > x_2$,也就是 $\Delta x = x_2 - x_1 < 0$.

故 $\sum_C^P (-kx) \cdot \Delta x = \sum_C^P (kx) \cdot |\Delta x|$ (2)

$\sum_C^P (kx) \cdot |\Delta x|$ 的几何意义,是如图2所示的阴影(梯形)“面积”,即

$$\sum_C^P (kx) \cdot |\Delta x| = \frac{1}{2}(kx + kA)(A - x) \quad (3)$$

由(1)、(2)、(3)式,得

$$A^2 = x^2 + \frac{m}{k}v^2,$$

令 $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$,则上式化为

$$A^2 = x^2 + \frac{v^2}{\omega_0^2} \quad (4)$$

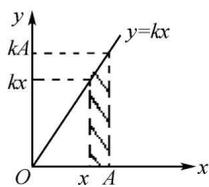


图2

(4) 式就是做简谐运动质点的相关物理量满足的条件.

若质点 II 绕 O' 点逆时针做半径为 R 的匀速圆周运动,则其在 x' 轴上的投影就以 O' 为中心做振幅为 R 的往复运动,如图3所示.

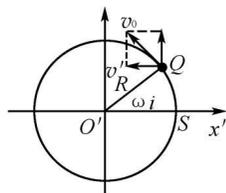


图3

令质点 II 做匀速圆周运动的角速度为 ω ,从 x' 轴上的 S 点运动到 Q 点所用时间为 t ,那么,该质点的速率 $v_0' = \omega R$ 、转过的圆心角为 ωt .

任一时刻 t ,质点 II 在 x' 轴上的投影的位置坐标和速度分别为

$$x' = R \cos \omega t, \quad (5)$$

$$v' = -v_0' \sin \omega t$$

(负号表示速度 v' 与 x' 轴正方向相反),即

$$v' = -\omega R \sin \omega t \quad (6)$$

由(5)、(6)式消去 ωt ,得

$$R^2 = x'^2 + \frac{v'^2}{\omega^2} \quad (7)$$

不难看出,(4)、(7)两式具有完全相同的形式.也就是说,质点 II 在 x' 轴上的投影的运动也是简谐运动!

若取 $A = R$ 、 $x = x'$ 、 $v = v'$ 、 $\omega_0 = \omega$,则质点 I 的振动周期 T 与质点 II 在 x 轴上的投影运动的周期 T' 相等,即 $T = T'$.

由图3知, T' 又等于质点 II 做匀速圆周运动的周期 $\frac{2\pi R}{v_0}$,所以

$$T = \frac{2\pi R}{v_0} = \frac{2\pi R}{\omega R} = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{m}}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}.$$

故,质量为 m 的质点做简谐运动的周期 $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$.

► (1) 汽车在先后两次反射超声波脉冲信号的时间内前进的距离为

$$\Delta x = \frac{t_1 - t_2}{2} v = \frac{0.4 - 0.3}{2} \times 340 \text{ m} = 17 \text{ m}.$$

(2) 详细解答过程类比测速原理论证过程,根据超声波测速的重要结论有

$$\begin{aligned} v_{\text{车}} &= \frac{\Delta T}{2T_0 + \Delta T} v = \frac{(0.3 - 0.4) \times 340}{2 \times 1.0 + (0.3 - 0.4)} \text{ m/s} \\ &= -17.90 \text{ m/s}. \end{aligned}$$

[注] 式中负号说明小车速度方向为靠近超声波波源方

向,速度大小为 17.90 m/s.

5 总结

$v_{\text{车}} = \frac{\Delta T}{2T_0 + \Delta T} v$ 可作为超声波测速的公式.若 $v_{\text{车}}$ 值为正,说明物体远离超声波波源运动;若 $v_{\text{车}}$ 值为负,说明物体靠近超声波波源运动.超声波测速具有准确、快捷等特点.

按照式 $v_{\text{车}} = \frac{\Delta T}{2T_0 + \Delta T} v$ 编程后,可直接在计算机上显示物体的速度.在生活实际当中被广泛应用于公路交通系统当中测定车辆是否超速.