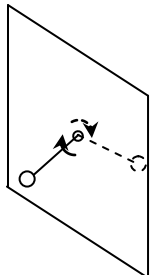


## 第 32 届全国中学生物理竞赛复赛模拟训练(2)

满分 160 分

### 题一

如图在一块固定的钢板中间打一个小洞，将一根长度为  $2l$  的柔软细绳穿过小洞，两边各系一个质量为  $m$  的小球，不考虑重力，两边长度均为  $l$ 。初态两个小球均以相同的角速度  $\omega$  旋转起来。求在径向扰动下，小球在径向的振动周期  $\omega'$ 。



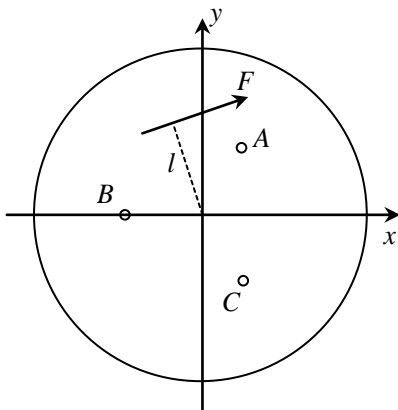
### 题二

黑体能吸收所有射向其表面的电磁波，并不断向外辐射电磁波，单位时间内单位面积上辐射的功率为  $P = \sigma T^4$ 。如果某个物体能将射向其电磁波以  $r$  的比例反射，我们可以证明其辐射电磁波的本领也会相应的变为  $P' = (1-r)\sigma T^4$ 。一个平面向外辐射的时候，在与面的发向夹角  $\theta$  方向上，单位时间单位面积上辐射的强度正比于  $\cos\theta$ 。

考虑一个温度为  $T$  比热为  $C$  的圆盘，质量为  $m$ ，一面是黑体，另一面反射系数为  $r$ 。将其置于真空中，结果由于辐射的作用，圆盘居然获得的一定动量跑起来了...求圆盘能获得的最大动能。不考虑相对论相应，不考虑宇宙背景辐射。光子的能量为  $E = h\nu$ ，动量为  $p = h\nu/c$ 。

### 题三

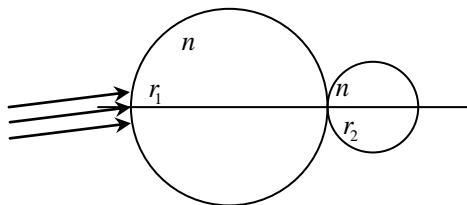
如图一个顶面为圆形的三条腿板凳放在地面上，三条腿和地面的摩擦系数和支持力都相同。三条腿到圆心的距离均为  $l$ 。在距离圆心  $\rho$  的位置，沿着与  $x$  轴夹角为  $\theta$  的方向，沿着顺时针方向平行与地面施加一个力  $F$ ，缓慢增加  $F$  的大小，直到有腿和地面之间发生滑动。以  $\rho$  和  $\theta$  建立极坐标，标记不同情况下是哪些腿发生滑动，写出边界的表达式，定性做图，并指明每个区域中  $\rho$  和  $\theta$  取到极值的时候的坐标。



题四

某人用两个折射率为  $n$  的玻璃球并排放着，当望远镜使用。玻璃球的半径为  $r_1$  和  $r_2$ 。结果构成的望远镜的角放大率为  $r_1 / r_2$

- 求玻璃球的折射率  $n$
- 若物体并不在无穷远处，而是距离第一个玻璃球球心  $u$ ，( $u > r_1$ )，要求人眼通过第二个玻璃球看到的像仍然在无穷远处，则应当将第二个玻璃球平移多少距离  $\Delta$ ？

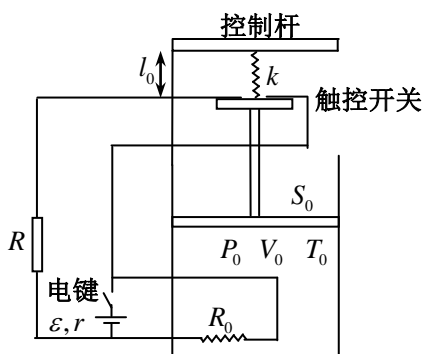


题五

如图一个老式的机械恒温箱。初态恒温箱内密封有压强为  $P_0 = 1.00 \times 10^5 \text{ Pa}$ ，体积为  $V_0 = 1.00 \text{ L}$ ，温度为  $T_0 = 300 \text{ K}$  和环境温度相同的理想气体。箱体上方是一个光滑的轻质活塞，面积为  $S_0 = 12.0 \text{ cm}^2$ ，活塞上方一块小金属片恰好差一点能碰到电路中的触碰开关。金属片上方有一个原长为  $l_0 = 10 \text{ cm}$  的劲度系数为  $k = 100 \text{ N} \cdot \text{cm}^{-1}$  的弹簧，弹簧末端连在控制杆上，初态控制杆距离触碰开关的高度也为  $l_0$ ，触控开关是固定的。

初态电路中电键断开，电源电压为  $\varepsilon = 15.0 \text{ V}$ ，内阻  $r = 1.00 \Omega$ ，在箱体外的电热丝和定值电阻均为  $R = 4.00 \Omega$ 。现在闭合开关，电热丝开始给气体加热。当箱体温度为  $T$  时，散热的功率为  $Q = 1 \text{ W} \cdot \text{K}^{-1} \cdot (T - T_0)$ 。

- 不移动控制杆的时候，箱体会恒温到多少温度？
- 控制杆向下移动多少距离的时候，箱体的温度会发生变化？
- 要求恒温在  $330 \text{ K}$ ，控制杆应当下移多少距离？



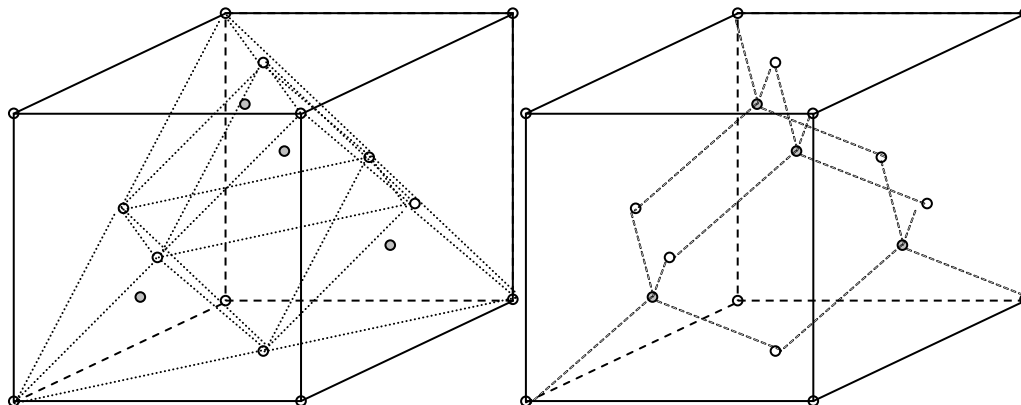
题六

一个电子在匀强磁场中做匀速率圆周运动，半径为  $r_0$ ，缓慢的将磁场增强成为原来的 2 倍，过程中电子仍然几乎保持做圆周运动，求现在电子运动的半径。

### 题七

先介绍一下金刚石的结构。一个晶胞是一个立方体，8个顶点和6个面心上都有碳原子。相邻的三个面的面心和与它们最近的那个顶点会构成一个正四面体。这样一共能构成8个正四面体，找到其中两两不相邻的4个四面体，在各自的体心放一个碳原子。最后把相邻的碳原子用碳碳键连起来，就得到了金刚石的结构。

下面把每个碳原子换成节点，每个碳碳键换成阻值为 $r$ 的电阻。在无穷网络中求相邻两个节点和次相邻两个节点之间的等效电阻。



### 题八

波传播的方向总是垂直于波面，这个结论是在以介质为参照系的条件下成立的。而光在真空当中传播是不需要介质的，所以在任意惯性系中看光波传播方向都会垂直于波面。下面考虑一束平面波的传播。在地面参照系中，平面波的传播方向向量为 $(\cos\theta, \sin\theta, 0)$ ，光速为 $c$ ，角频率为 $\omega$ 。这样振动方程可以写为 $E(x, y, z, t) = E_0 \cos(\omega t - k_x x - k_y y + \phi_0)$ ，其中 $k_x = \frac{\omega}{c} \cos\theta$ ， $k_y = \frac{\omega}{c} \sin\theta$ 。其中有相位

$\phi(x, y, z, t) = \omega t - k_x x - k_y y + \phi_0$ 。所谓波面就是等相位的面。显然这样波面是垂直于传播方向的。

在以速度 $u$ 向 $x$ 正方向匀速运动的参照系看来，相位本身是不变的，但是时间和空间坐标需要满足洛仑兹变换。求在新参照系中， $\phi = \phi_0$ 的波面满足的方程，利用速度变换求出在新参照系中光传播的方向，并验证新参照系中光传播的速度方向仍然垂直于波面。