

· 物理竞赛 ·

对于物理竞赛中电阻 Y-Δ 等效变换的推导及规律总结

张宇宁

(东北师范大学物理学院 吉林 长春 130024)

电阻的 Y 形联结是指三个电阻的一端联结在一个公共节点上,而另一端分别与外电路的三个不同的节点相连,又称星形联结,如图 1 所示;电阻的 Δ 形联结是指将三个电阻首尾相连,形成一个三角形,三角形的三个顶点与外电路的三个节点相连,就构成(delta)联结,又称三角形联结,如图 2 所示. 利用电阻 Y-Δ 等效变换可以达到简化电路的目的,提高竞赛解题效率,为了增强学生对于等效变换的理解,现进行简单的推导.

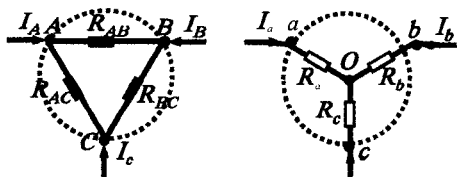


图 1

图 2

1 电阻 Y-Δ 等效变换条件

对应端电流相等 $I_A = I_a (I_B = I_b, I_C = I_c)$,
对应电压相等 $U_{AB} = U_{ab} (U_{AC} = U_{ac}, U_{BC} = U_{bc})$.

2 推导过程

根据欧姆定律以及电流叠加原理

对于图 1 中 Δ 形联结电路,有

$$I_A = \frac{U_{AB}}{R_{AB}} + \frac{U_{AC}}{R_{AC}}, I_B = \frac{U_{BA}}{R_{AB}} + \frac{U_{BC}}{R_{BC}}, I_C = \frac{U_{CA}}{R_{CA}} + \frac{U_{CB}}{R_{BC}},$$

对于图 2 中 Y 形联结电路,有

$$U_{ab} = I_a R_a - I_b R_b, U_{ac} = I_a R_a - I_c R_c, U_{bc} = I_b R_b - I_c R_c, \\ I_a + I_b + I_c = 0.$$

联立上述公式得 $I_a = \frac{U_{ab} R_c + U_{ac} R_b}{R_a R_c + R_a R_b + R_b R_c},$

$$I_b = \frac{U_{bc} R_a + U_{ba} R_c}{R_a R_c + R_a R_b + R_b R_c}, I_c = \frac{U_{ca} R_b + U_{cb} R_a}{R_a R_c + R_a R_b + R_b R_c},$$

由等效条件可得 $\frac{R_c}{R_a R_c + R_a R_b + R_b R_c} = \frac{1}{R_{AB}},$

$$\frac{R_b}{R_a R_c + R_a R_b + R_b R_c} = \frac{1}{R_{AC}}, \frac{R_a}{R_a R_c + R_a R_b + R_b R_c} = \frac{1}{R_{BC}},$$

由上可以推出:

Y → Δ, Δ 形联结每两端的代换电阻阻值为

$$R_{AB} = \frac{Y}{R_c}, R_{BC} = \frac{Y}{R_a}, R_{AC} = \frac{Y}{R_b}, \\ (Y = R_a R_c + R_a R_b + R_b R_c)$$

Δ → Y, Y 形联结每两端的代换电阻阻值为

$$R_a = \frac{R_{AB} R_{AC}}{\Delta}, R_b = \frac{R_{AB} R_{BC}}{\Delta}, R_c = \frac{R_{AC} R_{BC}}{\Delta} \\ (\Delta = R_{AB} + R_{BC} + R_{AC})$$

推导结束.

3 规律总结

(1) 以上互换公式可归纳为

$$Y \text{ 形电阻} = \frac{\Delta \text{ 形相邻电阻的乘积}}{\Delta \text{ 形电阻之和}};$$

$$\Delta \text{ 形电阻} = \frac{Y \text{ 形电阻两两乘积之和}}{Y \text{ 形不相邻电阻}};$$

(2) 若 Y 形联结中 3 个电阻相等,即 $R_a = R_b = R_c$,则推出 Δ 形联结中 3 个电阻也相等且满足以下关系,即

$$R_{AB} = R_{BC} = R_{AC} = 3R_a = 3R_b = 3R_c.$$

(3) 观察代换阻值公式可以得出

$$R_a : R_b : R_c = \frac{1}{R_{BC}} : \frac{1}{R_{AC}} : \frac{1}{R_{AB}},$$

反之亦然.

4 物理竞赛中电阻 Y-Δ 等效变换步骤

- (1) 确定星形或三角形的三个顶点;
- (2) 去掉在三个顶点内的电阻,换为另一种连接的三个电阻;注意:在三个顶点外的电阻不能动!
- (3) 计算替换后的三个电阻阻值;
- (4) 再按电阻串并联进行等效化简、计算.

◀ 裂声和振动声又与容器产生共鸣,所以声音很大.水沸腾后,上下等温,气体体积增大,在浮力作用下一直升到水面才破裂开来,因而响声比较小.

霜前冷,雪后寒:在深秋的夜晚,地面附近的空气温度骤然变冷(温度低于 0℃ 以下),空气中的水蒸气凝华成小冰晶,附着在地面上形成霜,所以有“霜前冷”的感觉.雪融化时要需吸收热量,使空气的温度降低,所以我们有“雪后寒”的感觉.

月晕而风,础润而雨:大风来临时,高空气温迅速下降,水蒸气凝结成小水滴,这些小水滴相当于许多三棱镜,月光通过这些“三棱镜”发生色散,形成彩色的月晕,故有“月晕而风”之说.础润即地面反潮,大雨来临之前,空气湿度较大,地面温度较低,靠近地面的水汽遇冷凝聚为小水珠,另外,地面含有的盐分容易吸附潮湿的水汽,故地面反潮预示大雨将至.

“摘不着的镜中花”“捞不到的水中月”“水中捞月一场

空”:这三个谚语利用物体在平面镜中生成正立的虚像,只能在镜(水)中看见,镜后不存在,摸不着.猪八戒照镜子——里外不是人,平面镜成的像是等大等距离的虚像,像与物一模一样,猪八戒照镜子能是人吗?

当然丰富物理课堂的形式不止运用诗歌,成语和谚语,还有很多.运用带有文学色彩的材料激发学生学习物理的兴趣,是考虑到这些材料同时具备了丰富的物理背景,因而不是盲目地增加兴奋点.一堂物理课上精心选用一两个带有文学韵味的素材,掀起一两次小高潮,解决一两个疑难点,让学生思维的张弛和情绪的变化基本按着学习计划如期进行,那么我们的目的都达到了.而且,在物理教学中恰如其分的运用文学素材,可以实现人文文化与科学文化的互补,让学生自然地体会到物理的“文学韵味”,使得物理教学内容诗情浓浓,画意深深,这样不仅可以丰富物理教学内容,而且能使物理课更加生动有趣.