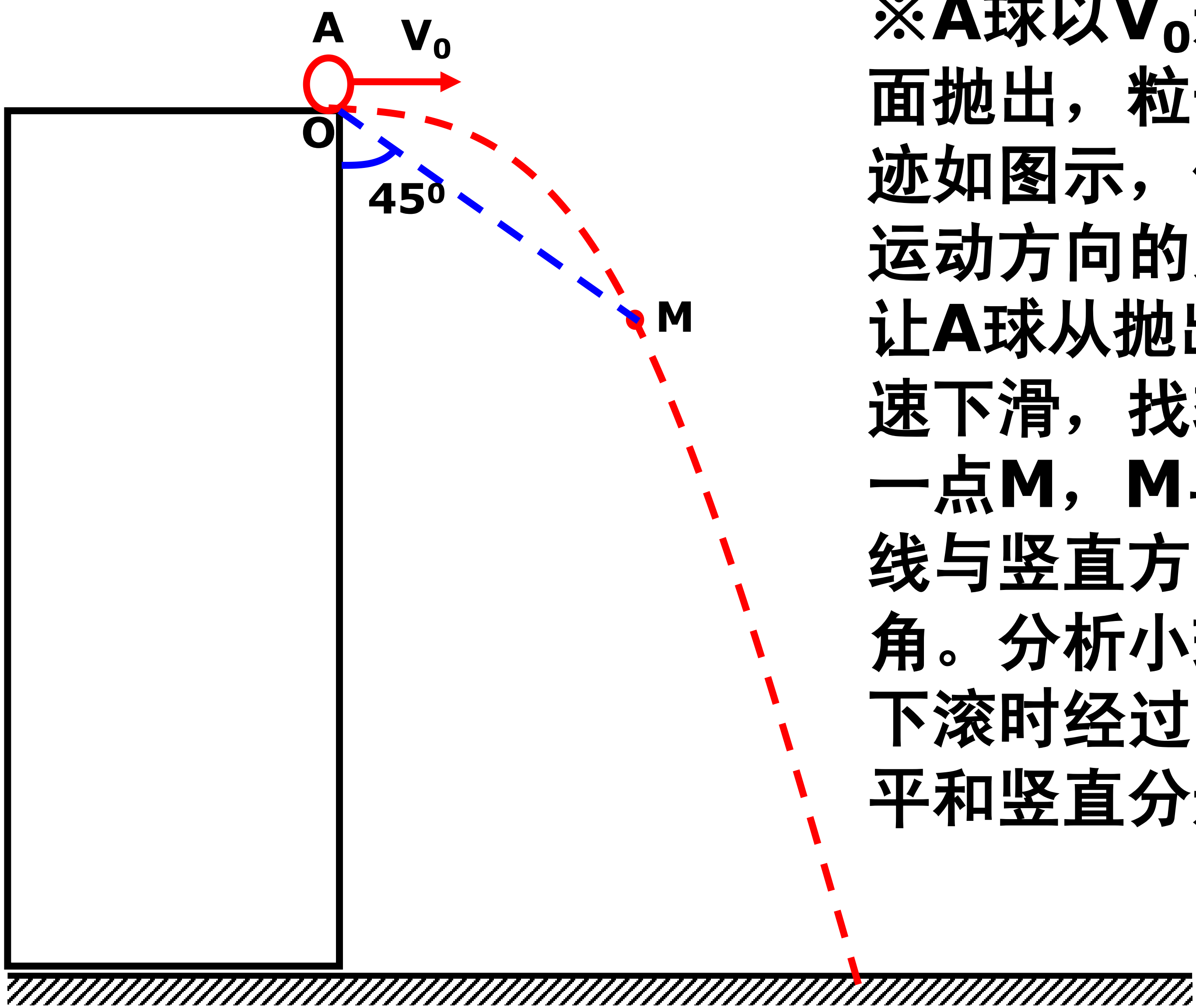
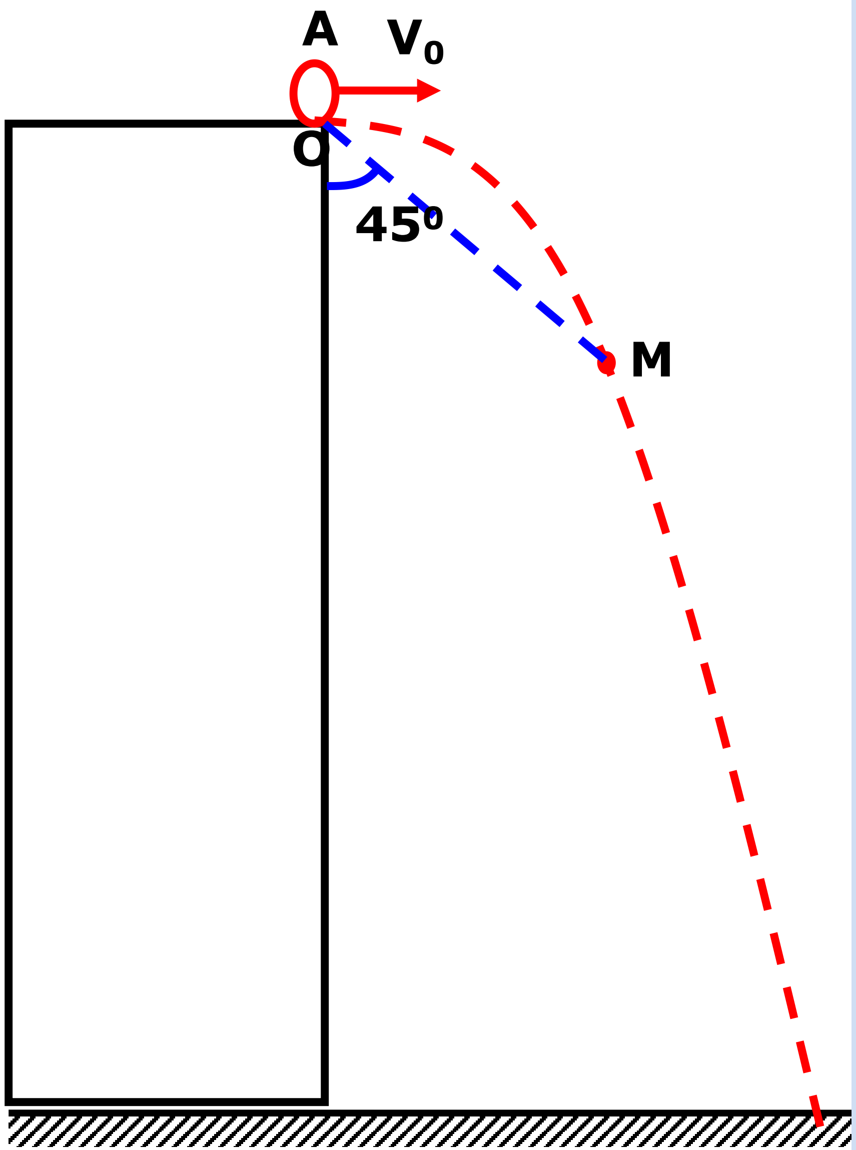


※A球以V_0速度从台面抛出，粒子运动轨迹如图示，做一个沿运动方向的光滑曲面，让A球从抛出点无初速下滑，找轨道上的一点M，M与O点连线与竖直方向成45^0角。分析小球无初速下滚时经过M点的水平和竖直分速度。



解析：分析轨迹方程：$x=V_0t$

$$y=\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow y=\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{V_0}\right)^2$$

由角度45^0知O到M的竖直高度：$y=\dfrac{2V_0^{\ 2}}{g}$

平抛到达该点：

$$mgy=mg\frac{2V_0^{\ 2}}{g}=\frac{1}{2}m(V^2-V_0^{\ 2})\Rightarrow V=\sqrt{5}V_0$$

$V_x=V_0$ ， $V_y=2V_0$

无初速下滑到该点，速度方向与

平抛到该点速度相同

$$mgy=mg\frac{2V_0^{\ 2}}{g}=\frac{1}{2}mV'^2\Rightarrow V'=2V_0$$

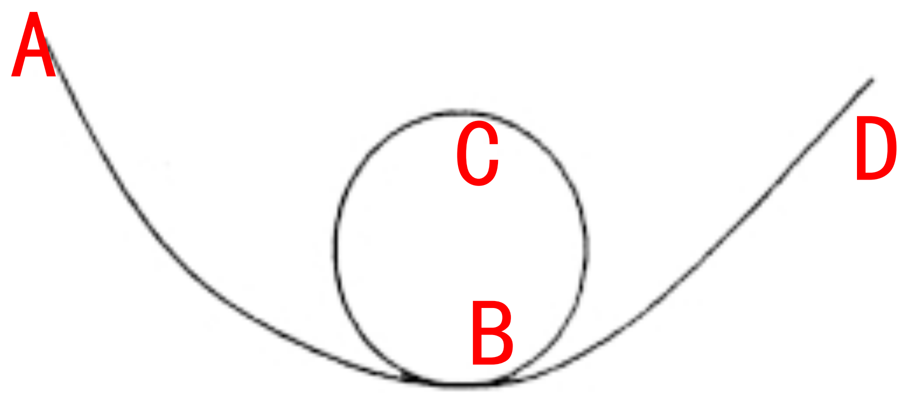
$$\frac{V'_x}{V'}=\frac{V_x}{V}\Rightarrow V'_x=\frac{V_x}{V}V'=\frac{V_0}{\sqrt{5}V_0}\times 2V_0=\frac{2\sqrt{5}}{5}V_0$$

$$\frac{V'_y}{V'}=\frac{V_y}{V}\Rightarrow V'_y=\frac{V_y}{V}V'=\frac{2V_0}{\sqrt{5}V_0}\times 2V_0=\frac{4\sqrt{5}}{5}V_0$$

※如图所示，一个小球（视为质点）从H＝12m高处，由静止开始通过光滑弧形轨道*AB*，进入半径R＝4m的竖直圆环，且圆环动摩擦因数处处相等，当到达环顶*C*时，刚好对轨道压力为零；沿*CB*圆弧滑下后，进入光滑弧形轨道*BD*，且到达高度为*h*的*D*点时的速度为零，则*h*之值可能为（*g*=10 m/s²，所有高度均相对*B*点而言）

A、12 m　　B、10 m

C、8.5 m　　D、7 m



解析：C点：$mg=m\dfrac{V_C^2}{R} \Rightarrow \dfrac{1}{2}mV_C^2=\dfrac{1}{2}mgR$

$A \to C$由动能定理：

$$4mg-W_{f1}=\frac{1}{2}mV_C^2=\frac{1}{2}mgR=2mg$$

$$\Rightarrow W_{f1}=2mg$$

$C \to D$由动能定理：

$$-mg(h-8)-W_{f2}=0-\frac{1}{2}mV_C^2$$

$$=-\frac{1}{2}mgR=-2mg$$

$$\Rightarrow mg(h-8)+W_{f2}=2mg$$

$$\Rightarrow W_{f2}=2mg-mg(h-8)$$

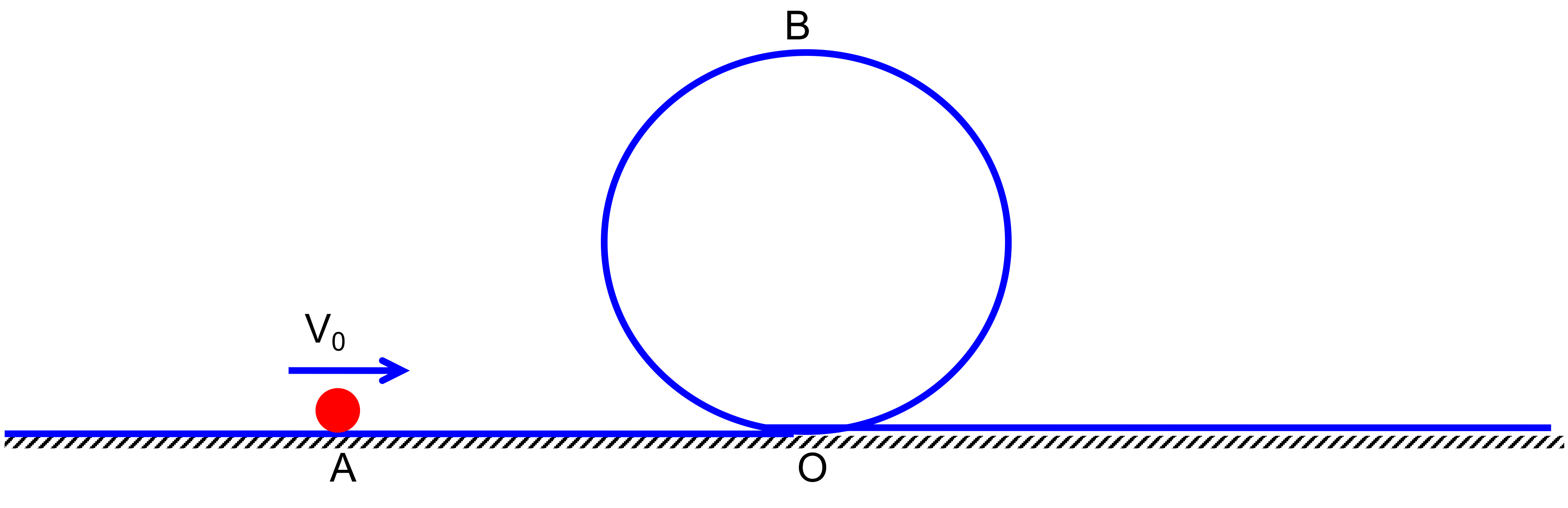
$$=mg(10-h)<2mg$$

$$\Rightarrow 8m<h<10m$$

※如图所示，质量为m=1kg的小球放在一复杂的轨道上，轨道由无限长粗糙水平轨道（μ=0.2)和光滑的圆轨道连接而成，AO间距为L=5m,小球在A点速度为V_0=6m/s分析：

(1)运动中若小球不脱离轨道，求圆轨道半径需要满足什么条件？

(2)求满足（1）条件的情况下小球最终静止时离A点的距离。



解析：（1）分两种情况讨论：若小球能通过圆轨道最高点，考虑临界，有：

最高点：$mg=m\frac{V_B^2}{R} \Rightarrow E_{KB}=\frac{1}{2}mV_B^2=\frac{1}{2}mgR$

由A到B,由动能定理：$W=\Delta E_K \Rightarrow -\mu mgL-2mgR=\frac{1}{2}mV_B^2-\frac{1}{2}mV_0^2 \Rightarrow R=0.32m$

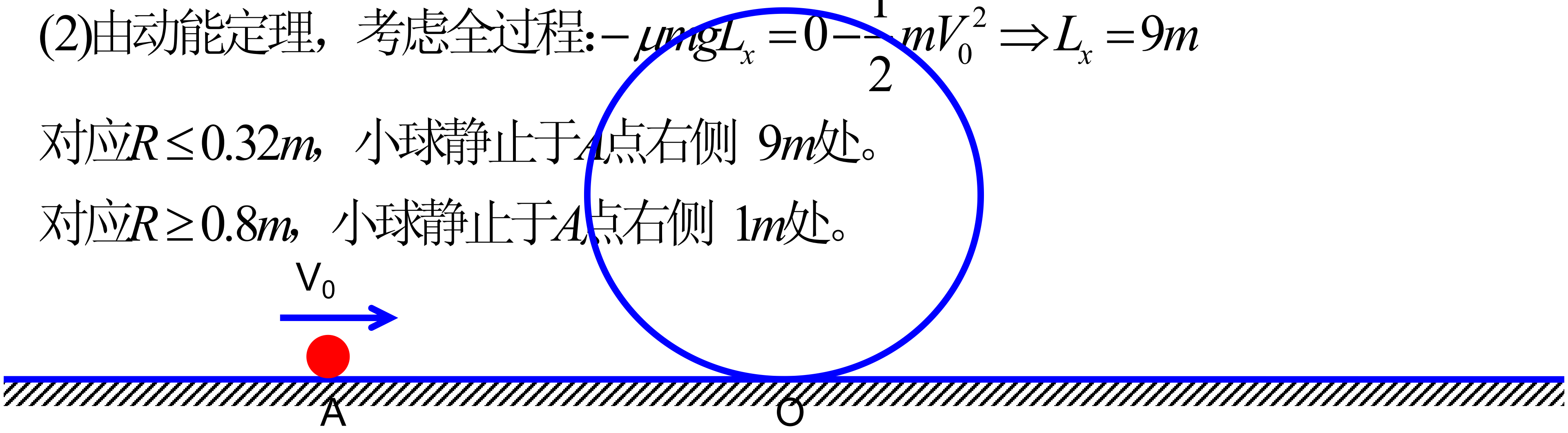
若小球不能通过圆轨道最高点，考虑临界，则小球到达圆弧轨道上升高度不超过圆轨道半径，由动能定理：$W=\Delta E_K \Rightarrow -\mu mgL-mgR=0-\frac{1}{2}mV_0^2 \Rightarrow R=0.8m$

综上，满足条件的圆轨道半径为：$R\le 0.32m$或$R\ge 0.8m$

(2)由动能定理，考虑全过程：$-\mu mgL_x=0-\frac{1}{2}mV_0^2 \Rightarrow L_x=9m$

对应$R\le 0.32m$，小球静止于A点右侧 $9m$处。

对应$R\ge 0.8m$，小球静止于A点右侧 $1m$处。



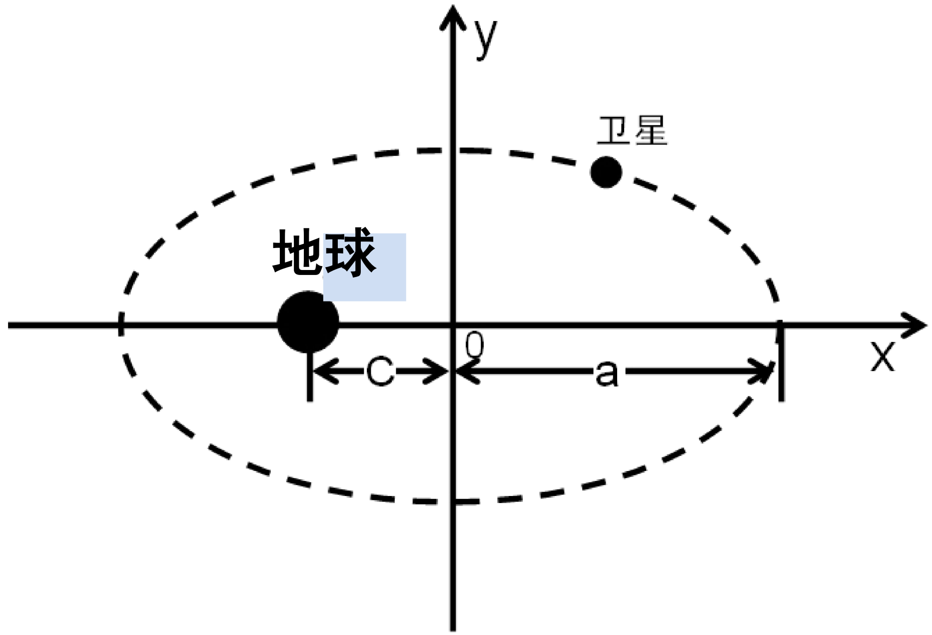
※如图所示，一卫星围绕地球在某一面内做椭圆轨道的运动，已知该椭圆轨道的半长轴为a，即卫星近地点到远地点的距离为2a, 地球的质量为M，地球球心到椭圆中心的距离为C，卫星在空中的万有引力势能以无限远处为势能零点为$E_P=-GMm/r$,其中M为中心天体地球的质量，m为卫星的质量， G为万有引力常量，r为卫星到地球球心的距离。认为卫星在轨道运动时仅受地球引力作用，大气阻力忽略不计。

（1）由开普勒第二定律知，卫星与地球的连线在相等时间内扫过相等的面积，若卫星近地点速度为V_1，远地点的速度为V_2，证明：（a-C）$V_1=(a+C)V_2$

（2）求卫星近地点的速度V_1

（3）求卫星在椭圆轨道运动时的总机械能E（以无限远处为万有引力势能的零点）。

（用G,M,m,a,c等表示（2）（3）结果）



解：（1）由开普勒第二定律单位时间扫过相等面积，考虑极短时间：

（a-C）$V_1 \triangle t=(a+C)V_2 \triangle t$ 两边去掉△t即可

（2）由（1）结果和机械能守恒联立可得：

$$(a-c)V_1=(a+c)V_2$$

$$\frac{1}{2}mV_1^2-\frac{GMm}{(a-c)}=\frac{1}{2}mV_2^2-\frac{GMm}{(a+c)}$$

$$V_1=\sqrt{\frac{(a+c)GM}{a(a-c)}}$$

（3）由于卫星运动过程中机械能守恒，所以卫星在椭圆轨道的总机械能

$$E=\frac{1}{2}mV_1^2-\frac{GMm}{(a-c)}=\frac{(a+c)GMm}{2a(a-c)}-\frac{GMm}{(a-c)}$$

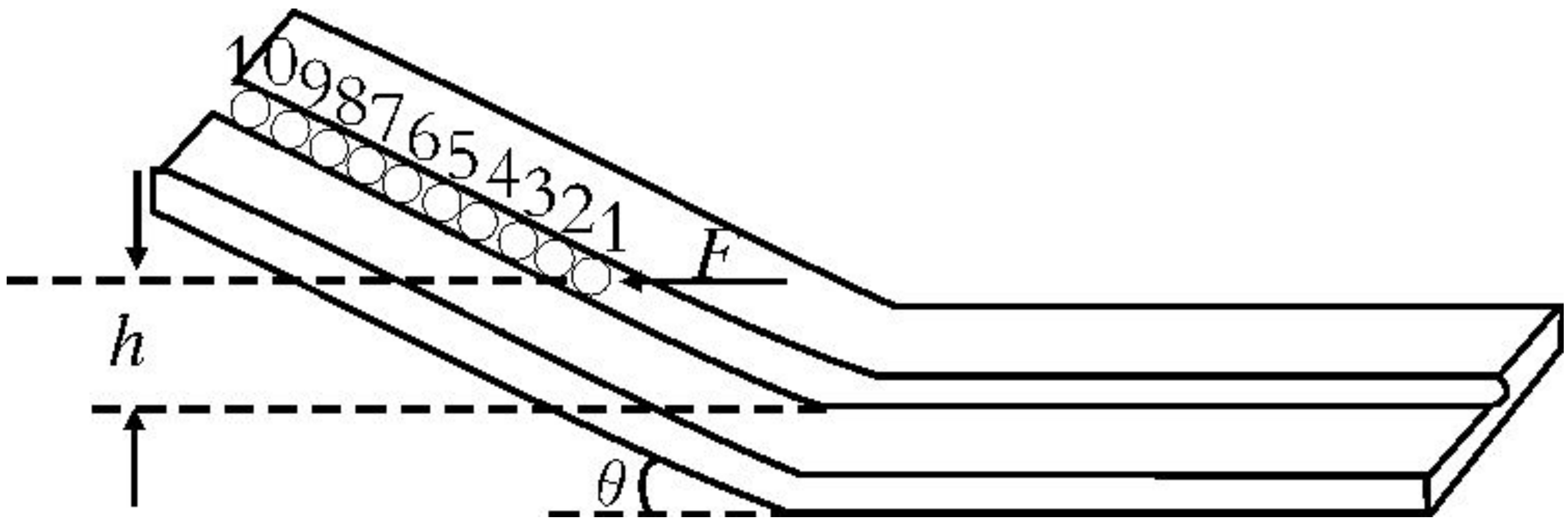
$$=\frac{GMm}{(a-c)}\left(\frac{(a+c)-2a}{2a}\right)=-\frac{GMm}{2a}$$

※如图所示的木板由倾斜部分和水平部分组成，两部分之间由一段圆弧面相连接。在木板的中间有位于竖直面内的光滑圆槽轨道，斜面的倾角为θ。现有10个质量均为m半径均为r的均匀刚性球，在施加于1号球的水平外力F的作用下均静止，力F与圆槽在同一竖直面内，此时1号球球心距它在水平槽运动时的球心高度差为 h。现撤去力F使小球开始运动，直到所有小球均运动到水平槽内。重力加速度为g。求：

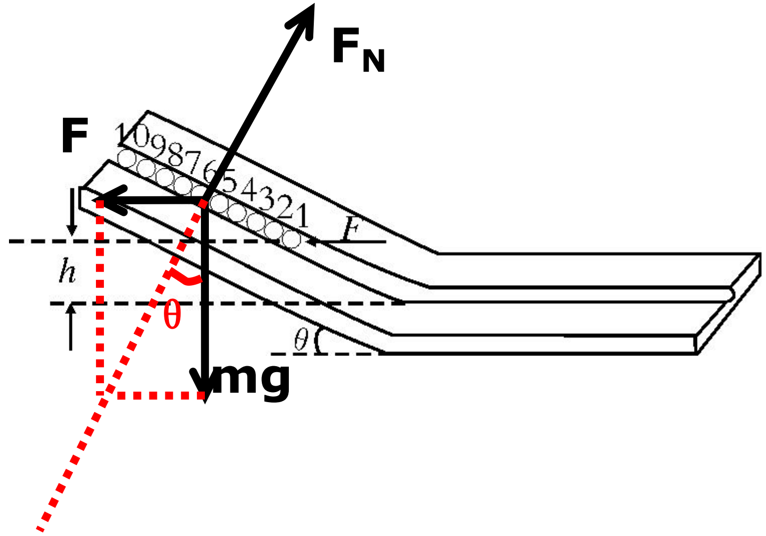
（1）水平外力F的大小；

（2）1号球刚运动到水平槽时的速度；

（3）整个运动过程中，2号球对1号球所做的功。



解析：（1）$F=10mg\tan\theta$

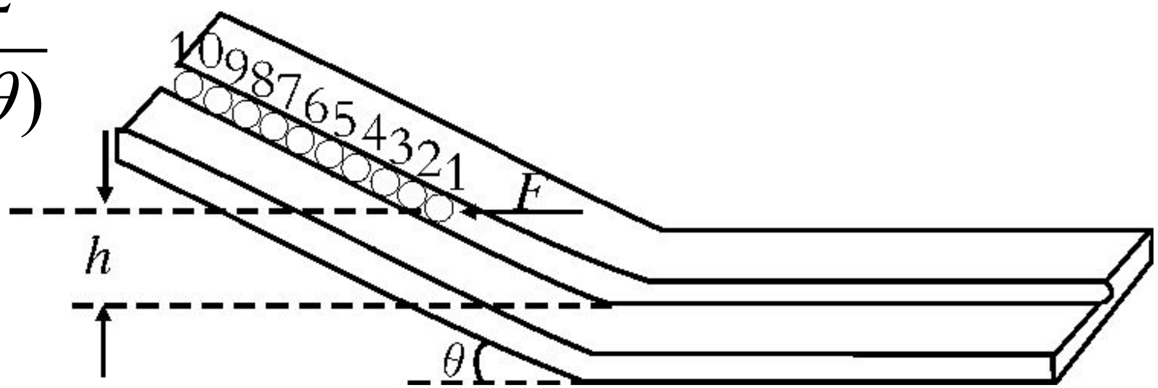


（2）$mgh=\frac{1}{2}mV^2\Rightarrow V=\sqrt{2gh}$

（3）整体分析

$$10mg\left(h+\frac{18r}{2}\sin\theta\right)=\frac{1}{2}\times 10mV'^2$$

$$\Rightarrow V'=\sqrt{2g\left(h+9r\sin\theta\right)}$$



1球：$mgh+W=\frac{1}{2}mV'^2$

$$\Rightarrow mgh+W=\frac{1}{2}mV'^2=mg\left(h+9r\sin\theta\right)$$

$$\Rightarrow W=9mgr\sin\theta$$