

全国中学生物理竞赛复赛模拟试题第三套（解析）

第一题

【解】(1) 旋转参考系里, 有惯性力 $F = m\omega^2 r$, 其产生的压强为 $P = \sum \rho \omega^2 l \Delta l = \frac{1}{2} \rho \omega^2 l^2$,

压强差为 $\Delta P = \frac{1}{2} \rho \omega^2 (l_2^2 - l_1^2)$, 高度差导致的压强 $\Delta P = \rho g \Delta h$, 平衡得两个场的压强差相

等有 $\Delta h = 3\text{cm}$, 又由两管直径比为 2:1 有 2 管水面上升 1cm。

(2) 以平衡位置为零势能, 设 2 管上移高度 h , 有势能

$$E_p = hd_2 \rho g \frac{1}{2} h + hd_2 \rho \frac{1}{2} \omega^2 l_2^2 + 2hd_1 \rho g \frac{1}{2} 2h - hd_1 \rho \frac{1}{2} \omega^2 l_2^2$$

$$\text{化简得 } E_p = 3\rho g d_1 h^2 + \rho d_1 \omega^2 (l_2^2 - l_1^2) h$$

受力 $F = -\frac{\Delta E_p}{\Delta h} = -6\rho g d_1 h - \rho d_1 \omega^2 (l_2^2 - l_1^2)$ 可得其做简谐振动, 后部分为恒力, 不影响周

期。精度系数取 $k = 6\rho g d_1$ 。这部分势能将全部转化为整个水的动能, 所以质量取

$$m = \rho((l_2 + l_1)d + (d_2 + d_1)H), \text{ 有周期 } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \text{ 代入得 } T = \frac{2\sqrt{2}\pi}{10} \text{ s.}$$

第二题 (20 分)

【解】设新粒子的静止质量为 m_0 、动量为 P ，1 粒子的动质量为 m_1 、动量为 P_1 ，2 粒子的动质量为 m_2 、动量为 P_2 ，新粒子的动质量为 m 。

(1) 新粒子的偏转方向

$$\text{质量方程: } m_1 = \frac{1}{\sqrt{1-0.8^2}} m_{10} = \frac{5}{3} m_{10}, \quad m_2 = \frac{1}{\sqrt{1-0.6^2}} m_{20} = \frac{5}{4} m_{20} \quad (1)$$

$$\text{水平方向动量守恒: } P_1 - P_2 = P \cos \theta + \frac{h\nu}{c} \cos \alpha \quad (2)$$

$$\text{竖直方向动量守恒: } P \sin \theta = \frac{h\nu}{c} \sin \alpha \quad (3)$$

$$(m_1 c^2)^2 = c^2 P_1^2 + m_{10}^2 c^4$$

$$\text{能量动量关系: } (m_2 c^2)^2 = c^2 P_2^2 + m_{20}^2 c^4 \quad (4)$$

$$(m c^2)^2 = c^2 P^2 + m_0^2 c^4$$

$$\text{由 (4) 式有 } P_1 = \frac{4}{3} m_{10} c \quad (5)$$

$$P_2 = \frac{3}{4} m_{20} c$$

(5) 代入 (2) 式联立 (3) 式有:

$$\cot \theta = \frac{1}{h\nu \sin \alpha} \left(\frac{4}{3} m_{10} c^2 - \frac{3}{4} m_{20} c^2 - h\nu \cos \alpha \right) \quad (6)$$

$$P^2 = \left(\frac{4}{3} m_{10} c - \frac{3}{4} m_{20} c - \frac{h\nu \cos \alpha}{c} \right)^2 + \left(\frac{h\nu \sin \alpha}{c} \right)^2 \quad (7)$$

(2) 新粒子的静止质量，已知 $m_{10} = m_{20} = 12u$

$$\text{能量守恒: } m_1 c^2 + m_2 c^2 = m c^2 + h\nu \quad (8)$$

$$(1) \text{ 式代入 (8) 有: } m = 35u - \frac{h\nu}{c^2} \quad (9)$$

$$(7) (9) \text{ 式代入 (4) 式有: } m_0 = \sqrt{1176u - 63u \frac{h\nu}{c^2}} \quad (10)$$

第三题

【解】 设经过 Δt 时间撞上 Δh 有 $\Delta m = \Delta t \Delta h d \rho \cos \varphi v_{\text{相对}}$

每个叶片受力:

$$\Delta F_{\text{弹}} = \frac{\Delta m}{\Delta t} 2v \cos \theta, \quad \Delta F_{\text{非弹}} = \frac{\Delta m}{\Delta t} v \cos(\theta + 120^\circ), \quad \Delta F'_{\text{非弹}} = \frac{\Delta m}{\Delta t} v \cos(\theta - 120^\circ)$$

$$\text{力矩: } M = \sum \Delta F_{\text{弹}} (l + h') + \sum \Delta F_{\text{非弹}} (l + h') + \sum \Delta F'_{\text{非弹}} (l + h')$$

$$\text{代入得 } M = d\rho \left(\frac{1}{2} v^2 h (4 + 3 \cos 2\theta) + \omega^2 ((l + h)^3 - l^3) \right)$$

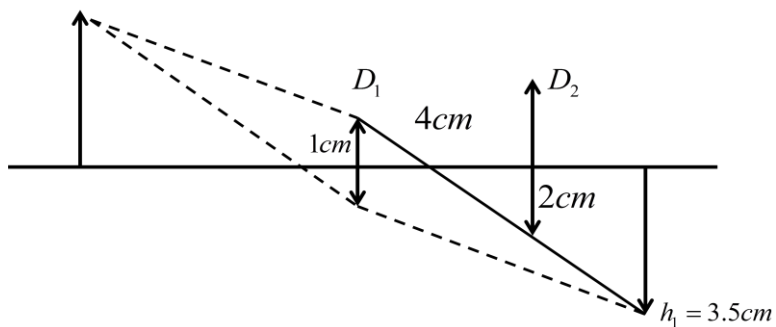
$$\text{取平均得 } M = d\rho (2v^2 h + \omega^2 ((l + h)^3 - l^3))$$

$$\text{代入有 } M = k\omega \text{ 有 } (3hl + 3l^2 + h^2)\omega^2 - \frac{k}{d\rho h} \omega + 2v^2 = 0$$

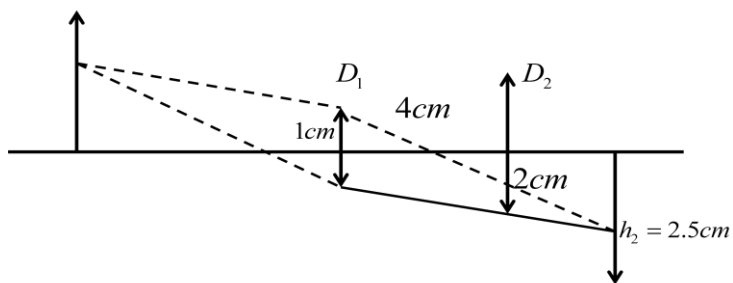
求解得 ω 。

第四题

【解】经第一透镜成像为等距等大实像。可见环数，环的亮度与第二透镜的焦距无关。可见环数如下：



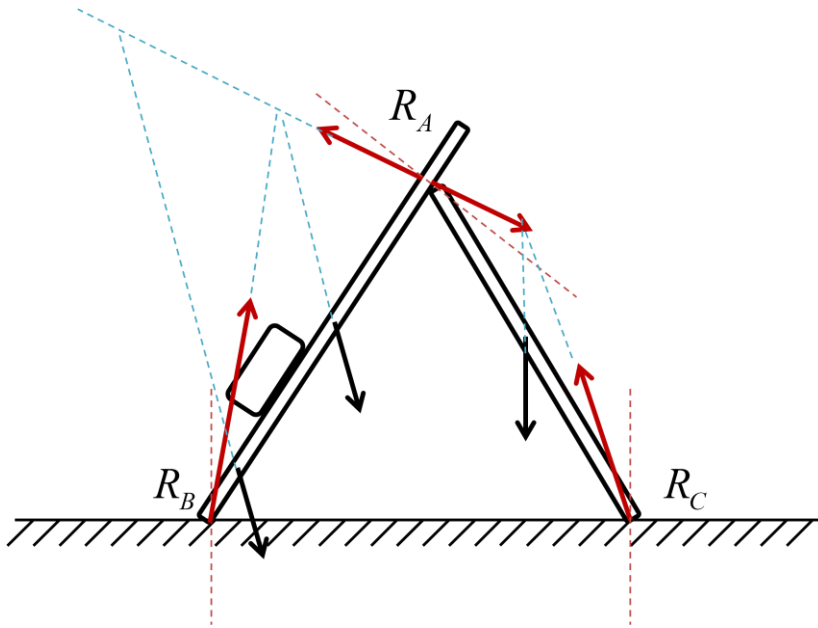
最亮环如下：



所以 0~2.5 环很亮，2.5~3.5 环由亮变暗，3.5 环以外不可见。

第五题

【解】

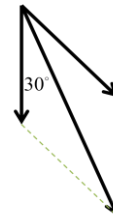


将摩擦力与支持力合成成全反力 R ，静止时平衡，对左右两根杆都有三力平衡，则三力共点。如图所示。

A 处：最开始平衡，右杆力矩平衡 $mg \frac{l}{2} = R \sin(\theta + 30^\circ)$ ，左杆力矩平衡 $mg \frac{l}{2} = R \cos \theta$ ，

得 $\theta = 30^\circ$ 。物体上滑， A 处左右两杆的相互全反力 R_A 相等，相互全反力距为对左杆力矩大于对右杆力矩，所以 A 处摩擦角变小，即 A 处不会滑动。

B 处：若摩擦角向右，如图始终小于 30° ；若摩擦角向左，压力与杆重力合力如右图与竖直成 30° ，所以摩擦角也始终小于 30° 。小于最大静摩擦角 45° ，即 B 处不会滑动。



C 处：摩擦角增大，但如图始终小于 30° 。小于最大静摩擦角 45° ，即 C 处不会滑动。

讨论：此题无论 v 多大，只要最大摩擦角大于 30° ，即 $\mu \geq \frac{1}{\sqrt{3}}$ ，则体系自锁。

第六题

【解】(1) 自发缓慢飘向 B 有 $\frac{\Delta F_{\text{合}}}{\Delta x} = 0$,

$$F_{\text{合}} = \frac{k}{x^n} - mg \frac{x_0 - x}{l} \text{ 代入上式有 } n \frac{k}{x^{n+1}} = \frac{mg}{l}, \text{ 同时 } F_{\text{合}} = 0$$

代入数 $x = d = 4\text{cm}$, $x_0 - x = s = 1\text{cm}$ 有 $n = 4$

(2) 受力平衡 $\frac{k}{x^n} = mg$, 将 (1) 代入有 $x = \sqrt[4]{\frac{s}{l}} d = 1.3\text{cm}$

第七题

【解】 $\frac{2\sqrt{2}}{3}v$ A 球先与 C、D 碰撞, C、D 沿 B 切线飞出不与 B 发生碰撞。A 继续往前与 B

发生碰撞。A、B 质量相等, 速度交换, 即 A 与 C、D 碰撞后的速度即为 B 的速度。

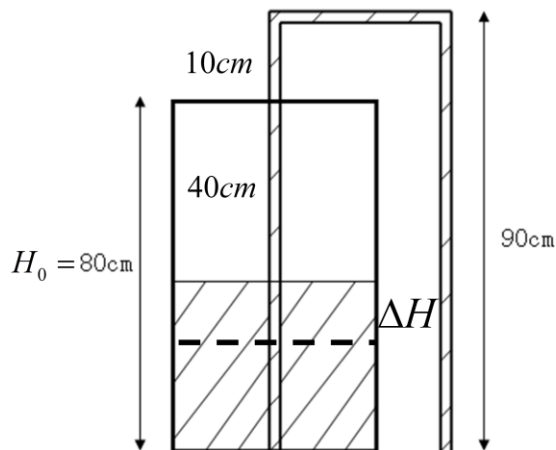
$$\text{A 与 C、D 碰撞中动量守恒 } 2mv = \frac{1}{\sqrt{2}} 2mv_C + 2mv'$$

$$\text{能量守恒 } \frac{1}{2} 2mv^2 = \frac{1}{2} 2mv_C^2 + \frac{1}{2} 2mv'^2$$

$$\text{联立求解得 } v_B = v' = \frac{1}{3}v$$

第八题、

【解】因为水银柱高于 75cmHg, 所以中间必有一段真空。



容器中气体满足气体状态方程 $P_1V_1 = P_2V_2$

$(50 + \Delta H)(40 + \Delta H) = 75 \times 40$ 得 $\Delta H = 10\text{cm}$, 代入满足左边段水银高度为 60cmHg, 方程合理。所以水银下降 10cm。