

全国中学生物理竞赛复赛模拟试题第四套

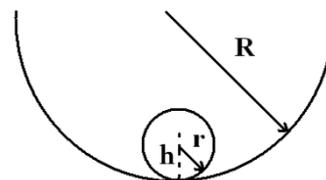
答题时间：180 小时

满分：160 分

一、两个相距很远的铜球，已知其半径和电势分别是： $r_1=6\text{cm}$ ， $U_1=300\text{V}$ ； $r_2=4\text{cm}$ ， $U_2=150\text{V}$ 。将这两个铜球用细铜丝连接达到静电平衡后，问此时电能损耗了多少（规定无穷远处电势为 0）？

二、一个半径为  $r$  的球放于一个半径为  $R$  的半球型碗中，平衡时小球重心距离最低点高位  $h$  ( $h>r$ )，计算（设摩擦因数足够大）

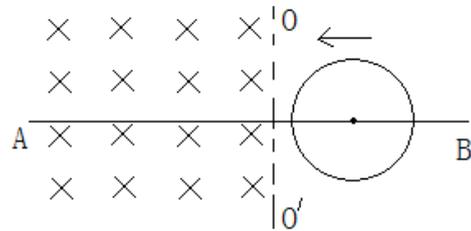
1.  $h$  的范围
2. 讨论小球在碗中的能平衡位置
3. 小球做微小幅振动时周期（不考虑转动动能）



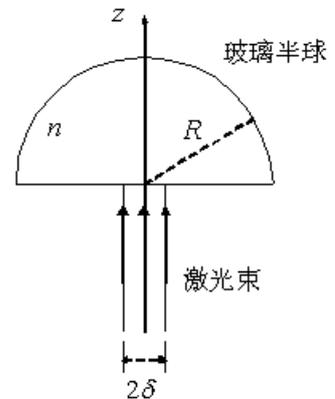
三、导热活塞将汽缸分成体积各为  $V_0=1.0\times 10^{-3}\text{m}^3$  的两相同部分。左边装有干燥空气，右边装有水蒸汽和  $m_{\text{水}}=4\text{g}$  的水，如图所示。现对汽缸缓慢加热，活塞向左移动。当活塞移动四分之一汽缸长度以后，活塞静止下来（即使汽缸温度继续升高也不能使它再向左移动）。水的饱和蒸汽压与温度关系曲线如下表：计算开始温度。

<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td style="text-align: center;"><math>V_0</math> 空气</td> <td style="text-align: center;"><math>V_0</math> 水蒸汽 水</td> </tr> </table>	$V_0$ 空气	$V_0$ 水蒸汽 水	( $^{\circ}\text{C}$ )	100	120	133	152	180
	$V_0$ 空气	$V_0$ 水蒸汽 水						
$P_{\text{饱}}$ ( $\text{N}/\text{m}^2$ )	$1\times 10^5$	$2\times 10^5$	$3\times 10^5$	$5\times 10^5$	$10\times 10^5$			

四、半径为  $R$  的轮子以速度  $u_0$  平移，起先轮子不转动，轮子的轴只能沿  $AB$  自由地运动，轮子与平面以及轮轴的摩擦很小可不计，轮缘均匀带电。轮子滑向磁感应强度为  $B$  的平行于轮轴的匀强磁场区域，如图。为了使轮子在离分界线  $OO'$  足够距离处能无滑动地滚动，轮上电荷应如何分布。轮子质量为  $M$ ，且集中在轮缘，不计辐射。



五、一个半径为  $R$ ，质量为  $m$  的透明玻璃半球的折射率为  $n$ 。外界媒质的折射率为  $1$ 。一束单色平行激光垂直地射向它的中心（如图所示）。重力方向竖直向下。激光束的半径  $\delta \ll R$ 。激光束和玻璃半球均关于  $z$  轴对称。玻璃半球不吸收任何激光。它的表面涂有很薄的透射材料，从而激光在进入和离开玻璃半球时的反射均可不计。求使玻璃半球保持平衡所需的激光束的功率  $P$ 。



六、质量为  $m_0$  的一个受激原子，静止在参考系  $K$  中，因发射一个光子而反冲，原子的内能减少了  $\Delta E$ ，而光子的能量为  $h\nu$ 。试证：
$$h\nu = \Delta E \left( 1 - \frac{\Delta E}{2m_0 c^2} \right)$$

七、假定地球形成时候同位素  $^{235}\text{U}$  与  $^{238}\text{U}$  就存在，期中  $^{238}\text{U}$  半衰期为  $4.50 \times 10^9$  年，衰变过程终止于铅的同位素  $^{206}\text{Pb}$ ， $^{235}\text{U}$  半衰期为  $0.71 \times 10^9$  年，衰变过程终止于  $^{207}\text{Pb}$ ，有一种铀和铅的混合矿石，分析得测量得到 铅  $^{204}\text{Pb}$ ， $^{206}\text{Pb}$ ， $^{207}\text{Pb}$  丰度比 1:29.6:22.6，铅 204 不具备放射性，可作为分析参考，分析纯铅矿石，三种同位素的风度比为 1:17.9:15.5，现有地球上的  $^{235}\text{U}$  与  $^{238}\text{U}$  丰度比为 1:137，推导地球年龄  $T$  满足的方程。

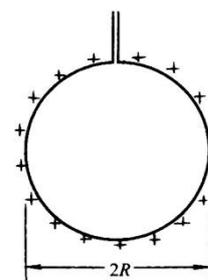
八、用细玻璃管吹肥皂泡，如果停止吹气并让玻璃管直通大气，则由于表面张力，肥皂泡将会收缩而消失。现在让这肥皂带电，使它不致收缩（如图所示）。

1. 试证明：肥皂泡要维持半径为  $R$  所需的电荷量为  $Q = \sqrt{128\pi^2 \epsilon_0 \alpha R^3}$ ，式中  $\alpha$  是肥皂水的表面张力系数；

2. 试证明：设空气的电介质强度为  $E_m$ ，则当  $R < \frac{8\alpha}{\epsilon_0 E_m^2}$  时，就不可能用带电的方法维持肥皂泡

而不使它消失；

3. 设  $E_m$  已知，试计算用带电的方法能维持肥皂泡的半径  $R$  的极小值。



九、如图所示，表示两个相邻的线圈  $C_1$  和  $C_2$  平行放置，其中心在同一条轴线上，两线圈的自感系数均为  $L$ ，如果  $C_1$  中通有电流时，通过  $C_1$  回路的磁感线中有  $3/5$  通过  $C_2$  回路。

1. 在  $C$  回路的  $d$ 、 $b$  两端加电压  $U_1$ ，使该回路中的电流  $i_1$  按  $\frac{\Delta i}{\Delta t} = k$  ( $k$  为常数) 规律增长，

且  $t=0$  时  $i_1=0$ 。已知  $C_1$  回路的总电阻为  $R_1$ ，则在时刻  $t$ ， $a$ 、 $b$  两端的电压  $U_1$  是多大？电流  $i_1$  是多大？

2. 在时刻  $t$ ， $C_2$  回路中  $a'$ 、 $b'$  两端的电压  $U_2$  为多大？

3. 如果  $C_1$  回路中的电流仍按(1)中的情况变化，而在  $C_2$  回路中  $a'$ 、 $b'$  两端加上电压  $U_2$ ，从而使  $C_2$  回路中的电流保持为恒值  $i_2$ ，且已知  $C_2$  回路的总电阻为  $R_2$ ，问  $U_2$  可取何值？

