

全国中学生物理竞赛复赛模拟试题第四套

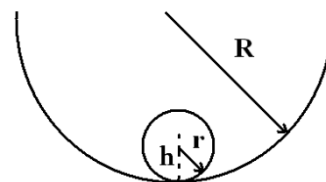
答题时间：180 小时

满分：160 分

一、两个相距很远的铜球，已知其半径和电势分别是： $r_1=6\text{cm}$ ， $U_1=300\text{V}$ ； $r_2=4\text{cm}$ ， $U_2=150\text{V}$ 。将这两个铜球用细铜丝连接达到静电平衡后，问此时电能损耗了多少（规定无穷远处电势为 0）？

二、一个半径为 r 的球放于一个半径为 R 的半球型碗中，平衡时小球重心距离最低点高位 h ($h>r$)，计算（设摩擦因数足够大）

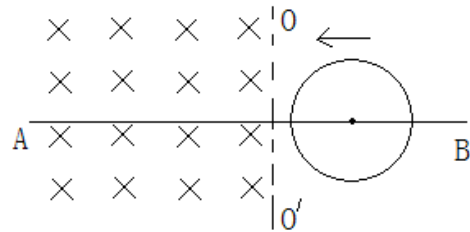
1. h 的范围
2. 讨论小球在碗中的能平衡位置
3. 小球做微小幅振动时周期（不考虑转动动能）



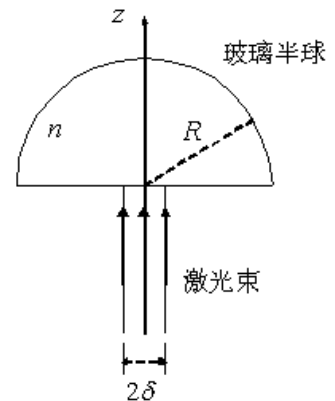
三、导热活塞将汽缸分成体积各为 $V_0=1.0\times 10^{-3}\text{m}^3$ 的两相同部分。左边装有干燥空气，右边装有水蒸汽和 $m_{\text{水}}=4\text{g}$ 的水，如图所示。现对汽缸缓慢加热，活塞向左移动。当活塞移动四分之一汽缸长度以后，活塞静止下来（即使汽缸温度继续升高也不能使它再向左移动）。水的饱和蒸汽压与温度关系曲线如下表：计算开始温度。

<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td style="text-align: center;">V_0 空气</td> <td style="text-align: center;">V_0 水蒸汽 水</td> </tr> </table>	V_0 空气	V_0 水蒸汽 水	($^{\circ}\text{C}$)	100	120	133	152	180
	V_0 空气	V_0 水蒸汽 水						
$P_{\text{饱}}$ (N/m^2)	1×10^5	2×10^5	3×10^5	5×10^5	10×10^5			

四、半径为 R 的轮子以速度 u_0 平移，起先轮子不转动，轮子的轴只能沿 AB 自由地运动，轮子与平面以及轮轴的摩擦很小可不计，轮缘均匀带电。轮子滑向磁感应强度为 B 的平行于轮轴的匀强磁场区域，如图。为了使轮子在离分界线 OO' 足够距离处能无滑动地滚动，轮上电荷应如何分布。轮子质量为 M ，且集中在轮缘，不计辐射。



五、一个半径为 R ，质量为 m 的透明玻璃半球的折射率为 n 。外界媒质的折射率为 1 。一束单色平行激光垂直地射向它的中心（如图所示）。重力方向竖直向下。激光束的半径 $\delta \ll R$ 。激光束和玻璃半球均关于 z 轴对称。玻璃半球不吸收任何激光。它的表面涂有很薄的透射材料，从而激光在进入和离开玻璃半球时的反射均可不计。求使玻璃半球保持平衡所需的激光束的功率 P 。



六、质量为 m_0 的一个受激原子，静止在参考系 K 中，因发射一个光子而反冲，原子的内能减少了 ΔE ，而光子的能量为 $h\nu$ 。试证：
$$h\nu = \Delta E \left(1 - \frac{\Delta E}{2m_0 c^2} \right)$$

七、假定地球形成时候同位素 ^{235}U 与 ^{238}U 就存在，期中 ^{238}U 半衰期为 4.50×10^9 年，衰变过程终止于铅的同位素 ^{206}Pb ， ^{235}U 半衰期为 0.71×10^9 年，衰变过程终止于 ^{207}Pb ，有一种铀和铅的混合矿石，分析得测量得到 铅 ^{204}Pb ， ^{206}Pb ， ^{207}Pb 丰度比 1:29.6:22.6，铅 204 不具备放射性，可作为分析参考，分析纯铅矿石，三种同位素的风度比为 1:17.9:15.5，现有地球上的 ^{235}U 与 ^{238}U 丰度比为 1:137，推导地球年龄 T 满足的方程。

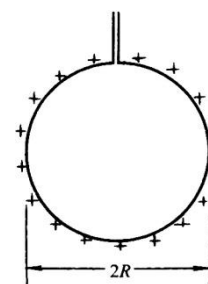
八、用细玻璃管吹肥皂泡，如果停止吹气并让玻璃管直通大气，则由于表面张力，肥皂泡将会收缩而消失。现在让这肥皂带电，使它不致收缩（如图所示）。

1. 试证明：肥皂泡要维持半径为 R 所需的电荷量为 $Q = \sqrt{128\pi^2 \epsilon_0 \alpha R^3}$ ，式中 α 是肥皂水的表面张力系数；

2. 试证明：设空气的电介质强度为 E_m ，则当 $R < \frac{8\alpha}{\epsilon_0 E_m^2}$ 时，就不可能用带电的方法维持肥皂泡

而不使它消失；

3. 设 E_m 已知，试计算用带电的方法能维持肥皂泡的半径 R 的极小值。



九、如图所示，表示两个相邻的线圈 C_1 和 C_2 平行放置，其中心在同一条轴线上，两线圈的自感系数均为 L ，如果 C_1 中通有电流时，通过 C_1 回路的磁感线中有 $3/5$ 通过 C_2 回路。

1. 在 C_1 回路的 d 、 b 两端加电压 U_1 ，使该回路中的电流 i_1 按 $\frac{\Delta i}{\Delta t} = k$ (k 为常数) 规律增长，

且 $t=0$ 时 $i_1=0$ 。已知 C_1 回路的总电阻为 R_1 ，则在时刻 t ， a 、 b 两端的电压 U_1 是多大？电流 i_1 是多大？

2. 在时刻 t ， C_2 回路中 a' 、 b' 两端的电压 U_2 为多大？

3. 如果 C_1 回路中的电流仍按(1)中的情况变化，而在 C_2 回路中 a' 、 b' 两端加上电压 U_2 ，从而使 C_2 回路中的电流保持为恒值 i_2 ，且已知 C_2 回路的总电阻为 R_2 ，问 U_2 可取何值？

