

2018年全国初中数学竞赛(初一组)初赛试题参考答案和评分标准

- 一、 1. A 2. C 3. B 4. D 5. B 6. D
 二、 7. -1 8. 30° 9. 3或-1 10. 221

三、 11. (1) $\frac{1}{9 \times 11} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{11} \right)$; 5分

(2) $\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$; $\frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} \right)$;
 10分

(3) $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{100}$
 $= \frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{1}{3} \right) + \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) + \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7} \right) + \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{9} \right) + \dots + \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{199} - \frac{1}{201} \right)$
 $= \frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{199} - \frac{1}{201} \right)$ 15分
 $= \frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{1}{201} \right)$
 $= \frac{1}{2} \times \frac{200}{201}$
 $= \frac{100}{201}$ 20分

四、 12. (1) 130° 5分

(2) $\angle APC = \angle \alpha + \angle \beta$.
 理由: 过点P作 $PE \parallel AB$, 交AC于点E. 10分
 因为 $AB \parallel CD$,
 所以 $AB \parallel PE \parallel CD$.
 所以 $\angle \alpha = \angle APE, \angle \beta = \angle CPE$.
 所以 $\angle APC = \angle APE + \angle CPE = \angle \alpha + \angle \beta$ 15分

(3) 当点P在BD延长线上时, $\angle APC = \angle \alpha - \angle \beta$; 20分
 当点P在DB延长线上时, $\angle APC = \angle \beta - \angle \alpha$ 25分

五、 13. (1) 根据题意, 得 $t = \frac{\left(120 - \frac{120}{50} \times 5 \right)}{50 + 5} \times 2 + \frac{120}{50} \approx 6.3(\text{h})$.

答: 三人都到达B地所需时间约为6.3h. 5分

(2) 有, 设甲从A地出发将乙载到点D行驶x千米, 放下乙后骑摩托车返回, 此时丙已经从A地出发步行至点E, 继续前行后与甲在点F处相遇, 甲骑摩托车带丙径直驶向B, 恰好与乙同时到达.
 10分

根据题意, 得 $2 \cdot \frac{x - \frac{x}{50} \cdot 5}{50 + 5} + \frac{120 - x}{50} = \frac{120 - x}{5}$ 15分

解得 $x \approx 101.5$ 20分

则所用总时间为 $t = \frac{101.5}{50} + \frac{120 - 101.5}{5} \approx 5.7(\text{h})$.

答: 有, 方案如下: 甲从A地出发载乙, 同时丙步行前往B地, 甲载乙行驶101.5千米后放下乙, 乙步行前往B地, 并甲骑摩托车返回, 与一直步行的丙相遇. 随后甲骑摩托车载丙径直驶向B地, 恰好与步行的乙同时到达, 所需时间为5.7h. 25分