

第二十二屆全國華羅庚金杯少年數學邀請賽(香港賽區)決賽

中二組試卷

日期：2017 年 4 月 1 日

一小時三十分鐘完卷 (上午 10:00 至上午 11:30)

比賽須知：

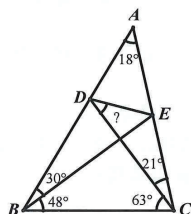
1. 全卷共 14 題，滿分 150 分。包括填空題 8 道，每題 10 分；簡答題 4 道，每題 10 分；詳答題 2 道，每題 15 分。
2. 參賽學生必須全部作答，所有答案寫在答題紙上。
3. 填空題無需書寫步驟，只須填寫答案；簡答題要求寫出簡要過程；詳答題要求寫出詳細過程。
4. 比賽時使用自備文具，例如鉛筆、原子筆及橡皮擦膠等。不准使用計算器。違規者將被取消比賽資格。
5. 完卷後收回所有題目，答題紙及草稿紙。
6. 參賽學生在本試題和答題紙上填寫以下資料：座位編號、學生姓名、學生編號及學校名稱。
7. (可依照參賽資格確認信列印的資料填寫)

座位編號	學生姓名	學生編號	學校名稱
D _ _ _		_ _ _ _	

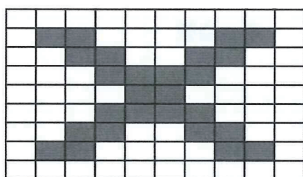
本試卷共設 14 題，全部試題均須作答，所有答案寫在答題紙上。

一、填空题（每小題 10 分，共 80 分）

- 計算： $\frac{1}{\sqrt{2}-1} - \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4}-\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{4}} + \dots - \frac{1}{\sqrt{2017}-\sqrt{2016}} =$ _____。
- 已知非零實數 x, y, z 滿足 $\frac{x}{xy+x+1} + \frac{z}{xz+z-1} = \frac{yz-1}{yz-y-1}$ ，則 $xyz =$ _____。
- 平面直角坐標系中所有滿足 $|2x+y|+|x-2y|=100$ 的點 (x,y) 所圍成圖形的面積為 _____。
- 某人有一些定額支票，共 2000 元，現可將這些支票平均分給 5 人或 8 人，那麼支票中最小金額的最大值為 _____ 元。
- 已知實數 x, y 滿足 $\begin{cases} \sqrt{xy} - \sqrt{x} - \sqrt{y} = 1 \\ xy + x + y = 49 \end{cases}$ ，則 $\frac{y}{x} + \frac{x}{y} =$ _____。
- 如圖，D、E 分別是三角形 ABC 的邊 AB、AC 上的點。所有已知角度如圖所示，則 $\angle CDE =$ _____（題圖為示意圖）。



- 已知 $|a_0| = 4, |a_1| = a_0 + 4, |a_2| = a_1 + 4, \dots, |a_{2017}| = a_{2016} + 4$ 。那麼 $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{2017}$ 的最小值為 _____。
- 小明用 1×2 的多米諾骨牌在如圖的 9×10 方格表中擺出了一個「X」形，小剛試圖用多米諾骨牌去覆蓋剩餘部分（每張骨牌恰完全覆蓋兩格且互不重疊），那麼小剛至多還能放下 _____ 張骨牌。

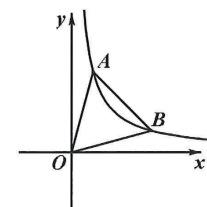


二、解答下列各題（每題 10 分，共 40 分，要求寫出簡要過程）

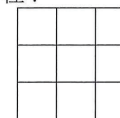
- 雯雯和蘭蘭在家裡玩串珠串，各自穿各自的，並且每個人珠串的長短不一定相同，結果發現雯雯所用珠子的總數是蘭蘭的 10 倍。接著，雯雯把自己串得最長的一串珠串送給了蘭蘭，這時雯雯剩下的珠串上珠子的總數是蘭蘭的 7 倍。請問：雯雯至少串了多少串珠串？

10. 已知 $\frac{y^2-z^2}{x-y} + \frac{x^2-y^2}{z+x} = \frac{z^2-x^2}{y-z}$ ，求證： $y^2 = xz$ 。

- 如圖，A、B 是反比例函數 $y = \frac{k}{x}$ 在第一象限內圖像上兩點， $\triangle OAB$ 是邊長為 1 的正三角形，求 k 的值。



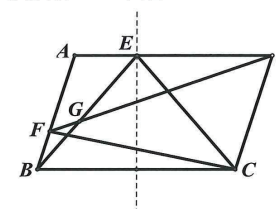
- 將 3×3 的方格表中的每個方格染成黑色或白色，若有一個黑格的同一列上方有白格且同一行左方有白格，則稱這種染色方法是「失敗」的，否則稱為「成功」的。那麼所有「成功」的染色方法有多少種？



三、解答下列各題（每小題 15 分，共 30 分，要求寫出詳細過程）

- 求所有滿足方程 $pqr - pq - qr + 5pr = 2017$ 的質數 p, q, r 。

- 如圖，平行四邊形 ABCD 中，BC 的中垂線交 AD 於點 E，F 是 AB 邊上的三等分點且滿足 $FD = 2FC$ ，BE、DF 交於點 G。求證： $\angle DGE = \angle ECF$ 。



-- 全卷完 --