

2018 年全国初中数学联赛模拟测试题（初二组）

第一试

一、 选择题 . （本题满分 42 分，每小题 7 分）

1. 已知实数 a 、 b 满足 $3a^2 - 4ab + 2b^2 + 4a + 4 = 0$ ，则 $a + b$ 的值为（ ）.

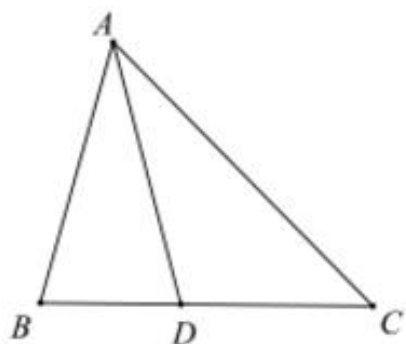
A. -1 B. -2 C. -3 D. -4

2. 已知 $\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{2n-1}+\sqrt{2n+1}} = 9$ ，则 n 的值为（ ）.

A. 180 B. 160 C. 200 D. 140

3. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 60^\circ$ ， AD 是 $\angle BAC$ 的角平分线，且 $AC = AB + BD$ ，则 $\angle ABC$ 的度数为（ ）.

A. 75° B. 78° C. 80° D. 72°



并

4. 若实数 x 、 y 、 z 满足 $x + \frac{1}{y} = 4$ ， $y + \frac{1}{z} = 1$ ， $z + \frac{1}{x} = \frac{7}{3}$ ，则 xyz 的值为（ ）.

A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

5. 设 $S = \sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2}} + \cdots + \sqrt{1 + \frac{1}{2007^2} + \frac{1}{2008^2}}$ ，则与 S 最接近的整数为（ ）.

A. 2006 B. 2007 C. 2008 D. 2009

6. 若 x 为实数, 记 $\{x\} = x - [x]$ ($[x]$ 表示不超过 x 的最大整数), 则方程 $2006x + \{x\} = \frac{1}{2007}$ 的实数根的个数是 ().

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 大于 2 的整数

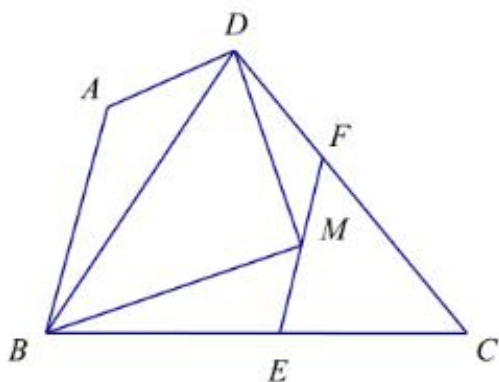
二、 填空题. (本题满分 28 分, 每小题 7 分)

- 对于任意实数 x, y , 不等式 $|x-1| + |x-3| + |x-5| \geq k(2-|y-9|)$ 恒成立. 则实数 k 的最大值是_____.
- 已知四边形 $ABCD$ 是梯形, $AD \parallel BC$, 点 E, F 分别在 AD, BC 上, $AD = BF = 3$, $ED = EF = \frac{1}{2}FC = 2$, 则 $\angle D - \angle B$ 的度数是_____.
- 已知 $\sqrt{a^2 + 2005}$ 是整数, 则求所有满足条件的正整数 a 的和为_____.
- 若实数 x, y, z 满足 $\sqrt[5]{x-y} + \sqrt[5]{y-z} = 3$, 且 $x-z = 33$, 则代数式 $x-2y+z$ 的值为_____.

第二试

一、(本题满分 20 分)

如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle A + \angle C = 180^\circ$, E, F 分别在 BC, CD 上, 且 $AB = BE$, $AD = DF$, M 为 EF 中点, 求证: $DM \perp BM$.



二、(本题满分 25 分)

已知 $\frac{a}{(b-c)^2} + \frac{b}{(c-a)^2} + \frac{c}{(a-b)^2} = 0$, 求证: $\frac{a}{b-c} + \frac{b}{c-a} + \frac{c}{a-b} = 0$.

三、(本题满分 25 分)

设 b 为正整数, a 为实数, 记 $M = a^2 - 4ab + 5b^2 + 2a - 2b + \frac{11}{4}$, 在 a, b 变动的情况下, 求 M 可能取得的最小整数值, 并求出 M 取得最小整数值时 a, b 的值.