

2015 美国数学竞赛 (十年级)

中图分类号: G424.79 文献标识码: A 文章编号: 1005-6416(2015)07-0026-07

1. 计算: $(2^0 - 1 + 5^2 - 0)^{-1} \times 5$ 的值为 ().

(A) -125 (B) -120 (C) 25

(D) $\frac{24}{5}$ (E) $\frac{1}{5}$

2. 箱子中放有三角形和正方形的瓷砖共 25 块, 共有 84 条边. 则箱子中的正方形瓷砖有 () 块.

(A) 3 (B) 5 (C) 7 (D) 9 (E) 11

3. 如图 1, 安琪儿用 18 根牙签拼三层楼梯. 照这样计算, 要想拼五层楼梯, 她还需 () 根牙签.

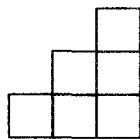


图 1

(A) 9 (B) 18 (C) 20

(D) 22 (E) 24

4. 巴勃罗、索菲亚和米娅在一次聚会上各分得一些糖果. 巴勃罗的糖果数为索菲亚糖果数的 3 倍, 索菲亚的糖果数为米娅糖果数的 2 倍. 巴勃罗决定将自己的糖果分给索菲亚和米娅一部分, 这样三个人的糖果数相等. 则巴勃罗分给索菲亚的糖果数占自己原来糖果数的 ().

(A) $\frac{1}{12}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{3}$ (E) $\frac{1}{2}$

5. 帕特里克先生是 15 名学生的数学老师. 一次测验后他发现, 去掉佩顿的成绩, 其余人的平均成绩为 80 分, 加上佩顿的成绩后, 全班的平均成绩为 81 分. 则在这次考试中, 佩顿的成绩为 () 分.

(A) 81 (B) 85 (C) 91 (D) 94 (E) 95

注意到,

$$\angle DI_1C = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle DAC = \angle DI_2C.$$

于是, D, I_1, I_2, C 四点共圆.

$$\text{则 } \angle DI_1E = \angle DCI_2, \angle CI_2F = \angle CDI_1.$$

$$\text{故 } \angle GEF = \angle EDI_1 + \angle DI_1E$$

$$= \angle ADI_1 - \angle ADB + \angle DCI_2$$

$$= \frac{1}{2}(\angle ADC + \angle BCD) - \angle ADB,$$

$$\angle GFE = \angle FCI_2 + \angle FI_2C$$

$$= \angle BCI_2 - \angle BCA + \angle CDI_1$$

$$= \frac{1}{2}(\angle ADC + \angle BCD) - \angle ADB.$$

从而, $\angle GEF = \angle GFE$, 得 $GE = GF$.

又 GI_3 平分 $\angle AGB$, 故 $GI_3 \perp EF$.

14. 若一共有 13 个数, 则可排列如下:

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_8, a_9,$$

$$a_2, a_3, a_4, \dots, a_9, a_{10},$$

$$a_3, a_4, a_5, \dots, a_{10}, a_{11},$$

$$a_4, a_5, a_6, \dots, a_{11}, a_{12},$$

$$a_5, a_6, a_7, \dots, a_{12}, a_{13}.$$

由已知, 其中每行数之和为正, 从而, 数表中所有数之和为正; 另一方面, 数表中每列数之和为负, 从而, 数表中所有数之和为负. 矛盾. 这表明, 满足要求的数串至多有 12 项.

考虑如下的一串数字:

$$-4, -4, -4, 15, -4, -4, -4, -4, 15, -4, -4, -4,$$

这串数满足题中要求且有 12 项, 故知满足题中要求的 n 的最大值为 12.

(张宇鹏 提供)

6. 已知两个正数的和是差的 5 倍. 则较大数与较小数之比为().

- (A) $\frac{5}{4}$ (B) $\frac{3}{2}$ (C) $\frac{9}{5}$ (D) 2 (E) $\frac{5}{2}$

7. 等差数列 13, 16, 19, ..., 70, 73 中, 共有()项.

- (A) 20 (B) 21 (C) 24 (D) 60 (E) 61

8. 两年前, 皮特的年龄为其表弟克莱尔年龄的 3 倍; 四年前, 皮特的年龄为克莱尔年龄的 4 倍. ()年后, 皮特和克莱尔的年龄比为 2:1.

- (A) 2 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 8

9. 已知两个圆柱的体积相同, 第二个圆柱半径比第一个圆柱半径多 10%. 下列叙述正确的为().

- (A) 第二个圆柱比第一个圆柱低 10%
 (B) 第一个圆柱比第二个圆柱高 10%
 (C) 第二个圆柱比第一个圆柱低 21%
 (D) 第一个圆柱比第二个圆柱高 21%
 (E) 第二个圆柱的高是第一个圆柱高的 80%

10. 对于字母排列 abcd, 有()种不同的重排, 使得原来排列中相邻的两个字母重排后不能相邻(如 ab、ba 在重排后不能出现).

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

11. 已知矩形的长与宽之比为 4:3, 对角线的长为 d . 若用 kd^2 表示矩形的面积, 则 k 的值为().

- (A) $\frac{2}{7}$ (B) $\frac{3}{7}$ (C) $\frac{12}{25}$ (D) $\frac{16}{25}$ (E) $\frac{3}{4}$

12. 已知 $A(\sqrt{\pi}, a)$ 、 $B(\sqrt{\pi}, b)$ 为曲线 $y^2 + x^4 = 2x^2y + 1$ 上的两不同点. 则 $|a - b|$ 的值为().

- (A) 1 (B) $\frac{\pi}{2}$ (C) 2

- (D) $\sqrt{1 + \pi}$ (E) $1 + \sqrt{\pi}$

13. 克劳迪娅有 5 分和 10 分的硬币共 12

枚, 用这些硬币中的一部分或者全部硬币恰可以组合成 17 种不同的币值. 则克劳迪娅有()枚 10 分的硬币.

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

14. 钟表圆盘的半径为 20 厘米, 它与另一个半径为 10 厘米的小圆盘在 12 点位置外切, 小圆盘上有一个固定指针, 开始时指针竖直指向上方. 当小圆盘按顺时针方向沿大表盘外沿滚动, 且始终保持相切, 直到小圆盘上的指针再一次竖直指向上方时停止. 此时, 两圆盘外切的切点位于大表盘上的()点位置.

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 6 (E) 8

15. 考虑分数 $\frac{x}{y}$ (x, y 为两个互素的正整数) 组成的集合. 若分子和分母均增加 1, 则分数的值增加 10%. 那么, 集合中这样的分数有()个.

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

(E) 无数多

16. 若 $y + 4 = (x - 2)^2$, $x + 4 = (y - 2)^2$, 且 $x \neq y$, 则 $x^2 + y^2$ 的值为().

- (A) 10 (B) 15 (C) 20 (D) 25 (E) 30

17. 一条经过坐标原点的直线, 与直线 $x = 1, y = 1 + \frac{\sqrt{3}}{3}x$ 围成一个等边三角形. 则这个等边三角形的周长为().

- (A) $2\sqrt{6}$ (B) $2 + 2\sqrt{3}$ (C) 6

- (D) $3 + 2\sqrt{3}$ (E) $6 + \frac{\sqrt{3}}{3}$

18. 已知十六进制数是由 0~9 十个数码和 A 至 F 六个字母构成的, 其中, A, B, ..., F 分别代表 10, 11, ..., 15. 在前 1 000 个正整数中, 找出所有只用数码表示的十六进制数. 求出这些数的个数 n , 此时, n 的各位数码之和为().

- (A) 17 (B) 18 (C) 19 (D) 20 (E) 21

19. 在等腰 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中, 已知 $BC = AC$,

$\angle C = 90^\circ$, 面积为 12.5, $\angle ACB$ 的三等分线分别与斜边 AB 交于点 D, E . 则 $\triangle CDE$ 的面积为().

- (A) $\frac{5\sqrt{2}}{3}$ (B) $\frac{50\sqrt{3}-75}{4}$
 (C) $\frac{15\sqrt{3}}{8}$ (D) $\frac{50-25\sqrt{3}}{2}$ (E) $\frac{25}{6}$

20. 一个矩形的长和宽均为正整数, 面积为 A 平方厘米, 周长为 P 厘米. 则下面不可能为 $A+P$ 的数是().

- (A) 100 (B) 102 (C) 104
 (D) 106 (E) 108

21. 在四面体 $ABCD$ 中, 已知 $AB = 5, AC = 3, BC = 4, BD = 4, AD = 3, CD = \frac{12\sqrt{2}}{5}$. 则四面体 $ABCD$ 的体积为().

- (A) $3\sqrt{2}$ (B) $2\sqrt{5}$ (C) $3\sqrt{3}$
 (D) $\frac{24}{5}$ (E) $\frac{24\sqrt{2}}{5}$

22. 八人围坐在一张圆桌旁, 每人面前放着一枚完全相同的硬币, 所有人同时翻转自己的硬币. 若硬币的头像朝上, 则这个人站起来; 若硬币的头像朝下, 则这个人继续坐着. 那么, 没有相邻的两人站起来的概率为().

- (A) $\frac{47}{256}$ (B) $\frac{3}{16}$ (C) $\frac{49}{256}$
 (D) $\frac{25}{128}$ (E) $\frac{51}{256}$

23. 若函数 $f(x) = x^2 - ax + 2a$ 的零点为整数, 则系数 a 的所有可能值之和为().

- (A) 7 (B) 8 (C) 16 (D) 17 (E) 18

24. 已知四边形 $ABCD$ 各边长均为正整数, 周长为 p , $\angle B$ 与 $\angle C$ 均为直角, $AB = 2, CD = AD$. 若 $p < 2015$, 则正整数 p 有() 个不同的可能值.

- (A) 30 (B) 31 (C) 61 (D) 62 (E) 63

25. 设 U 是边长为 1 的正方形, 在 U 的

上任取两点, 这两点的距离不小于 $\frac{1}{2}$ 的概率为 $\frac{a-b\pi}{c}$ ($a, b, c \in \mathbf{Z}_+, (a, b, c) = 1$). 则 a

+ $b + c$ 的值为().

- (A) 59 (B) 60 (C) 61 (D) 62 (E) 63

参 考 答 案

1. E.

$$(2^0 - 1 + 5^2 - 0)^{-1} \times 5 = \frac{1}{25} \times 5 = \frac{1}{5}.$$

2. D.

设箱子中有 a 块三角形瓷砖, b 块正方形瓷砖.

依题意得

$$\begin{cases} a + b = 25, \\ 3a + 4b = 84 \end{cases} \Rightarrow (a, b) = (16, 9).$$

3. D.

如图 2, 注意到, 拼一层楼梯需要 4 根牙签; 拼两层楼梯需要 10 根牙签, 增加 6 根; 拼三层楼梯需要 18 根牙签, 增加 8 根. 于是, 增加的牙签数成等差数列. 从而, 要拼 5 层楼梯, 需要增加 $10 + 12 = 22$ 根牙签.

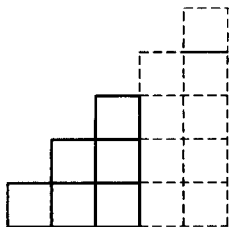


图 2

4. B.

设米娅的糖果数为 m . 于是, 索菲亚的糖果数为 $2m$, 巴勃罗的糖果数为 $6m$.

若三人的糖果数一样多, 则每人应有糖果数 $\frac{m + 2m + 6m}{3} = 3m$.

因此, 巴勃罗要给索菲亚 m 块糖果, 给米娅 $2m$ 块糖果.

从而, 巴勃罗给索菲亚的糖果数占自己原来糖果数的 $\frac{m}{6m} = \frac{1}{6}$.

5. E.

$$15 \times 81 - 14 \times 80 = 1215 - 1120 = 95.$$

6. B.

设这两个正数为 $a, b (a > b)$.

$$\text{由题意得 } a + b = 5(a - b) \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{3}{2}.$$

7. B.

注意到, 该等差数列的首项为 13, 公差为 3, 末项为 73. 故其项数为 $\frac{73-13}{3} + 1 = 21$.

8. B.

设两年前皮特的年龄为 $3x$, 克莱尔的年龄为 x ; y 年后, 皮特与克莱尔的年龄之比为 2:1.

则由题意知

$$\begin{cases} \frac{3x-2}{x-2} = 4, \\ \frac{3x+2+y}{x+2+y} = \frac{2}{1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 6, \\ y = 4. \end{cases}$$

所以, 4 年后皮特与克莱尔的年龄之比为 2:1.

9. D.

设第一个圆柱半径为 r_1 , 第二个圆柱半径为 r_2 . 则由题意得

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{11}{10}.$$

$$\text{又 } \pi r_1^2 h_1 = V_1 = V_2 = \pi r_2^2 h_2$$

$$\Rightarrow \frac{h_1}{h_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} = \frac{121}{100}$$

$$\Rightarrow h_1 = 1.21h_2.$$

故第一个圆柱比第二个圆柱高 21%.

10. C.

对于排列 $abcd$ 的不同重排, 若 a 在首位, 则第二位只能放 c 或 d , 不妨设为 c . 此时, 第三位没有字母可放. 若不然, 放 b , 则 cb 相邻; 放 d , 则 cd 相邻, 矛盾. 于是, 首位不能放 a .

类似地, 也不能放 d .

若 b 在首位, 则第二位只能放 d , 第三位放 a , 则末位放 c , 即 $bdac$.

类似地, $cadb$ 也符合.

故共有两个符合条件的重排.

11. C.

设矩形的长为 $4x$, 宽为 $3x$. 则 $d = 5x$.

$$\text{于是, } x = \frac{d}{5}.$$

$$\text{故 } S = 3x \cdot 4x = 12x^2 = \frac{12}{25}d^2 \Rightarrow k = \frac{12}{25}.$$

12. C.

由题意将 $x = \sqrt{\pi}$ 代入方程得

$$y^2 + (\sqrt{\pi})^4 = 2(\sqrt{\pi})^2 y + 1$$

$$\Rightarrow (y - \pi)^2 = 1 \Rightarrow y = \pi \pm 1.$$

$$\text{故 } |a - b| = |(\pi + 1) - (\pi - 1)| = 2.$$

13. C.

设克劳迪娅有 x 枚 5 分硬币, $12 - x$ 枚 10 分的硬币. 则

$$5x + 10(12 - x) = 120 - 5x = 5(24 - x).$$

由于用这些硬币恰可以组合成 17 种不同的币值, 因此,

$$24 - x = 17 \Rightarrow x = 7.$$

从而, 所求为 $12 - 7 = 5$.

14. C.

如图 3.

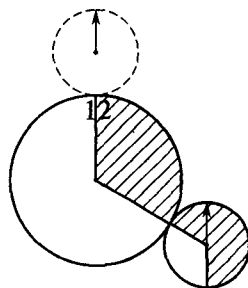


图 3

设在大圆运动的角位移为 θ . 则在小圆运动的角位移为 $360^\circ - \theta$.

$$\text{故 } 20\theta = 10(360^\circ - \theta) \Rightarrow \theta = 120^\circ.$$

从而, 两圆盘外切于大表盘上的 4 点位置.

15. B.

由题意得

$$\frac{x+1}{y+1} = \frac{11x}{10y} \Rightarrow xy + 11x - 10y = 0$$

$$\Rightarrow (x-10)(y+11) = -110.$$

由 x, y 为正整数知

$$x-10 > -10, y+11 > 11.$$

故 $(x-10, y+11)$

$$= (-1, 110), (-2, 55), (-5, 22)$$

$$\Rightarrow (x, y) = (9, 99) \text{ 或 } (8, 44) \text{ 或 } (5, 11).$$

注意到, x, y 互素.

所以, $(x, y) = (5, 11)$.

16. B.

由题意知 $x^2 - 4x = y, y^2 - 4y = x$.

两式相加得 $x^2 + y^2 = 5(x+y)$,

两式相减得 $x^2 - y^2 = 3(x-y)$.

由 $x \neq y$, 知 $x+y=3$.

$$\text{故 } x^2 + y^2 = 5(x+y) = 15.$$

17. D.

如图 4.

注意到, 等边三角形的一条边经过坐标原点, 另两边在直线 $x=1$ 和 $y=1 + \frac{\sqrt{3}}{3}x$ 上. 则第三边

的直线方程为 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x$.

故三条直线交点为

$$\left(1, 1 + \frac{\sqrt{3}}{3}\right), \left(1, -\frac{\sqrt{3}}{3}\right), \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right).$$

因此, 正三角形边长为 $1 + \frac{2\sqrt{3}}{3}$, 周长为

$$3 + 2\sqrt{3}.$$

18. E.

注意到, 表示 1 000 的十六进制数为 $(3E8)_{16}$. 要找的数为小于 1 000 且只用数码表示的十六进制数 $(abc)_{16}$, 则 a 可以取 0、1、2、3; b 可以取 0~9; c 也可以取 0~9, 共有 400 个数, 但 $0 = (000)_{16}$ 非正整数, 舍去.

于是, $n = 399$.

从而, 所求为 $3 + 9 + 9 = 21$.

19. D.

由题意知 $AB = AC = 5$.

如图 5, 过点 D 作 $DF \perp AC$ 于点 F .

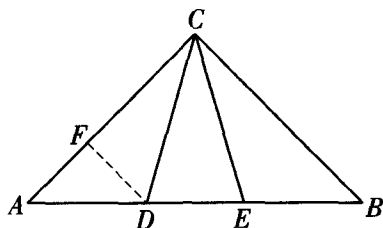


图 5

因为 $\angle ACB = 90^\circ$, CD, CE 为 $\angle ACB$ 的三等分线, 所以, $\angle ACD = 30^\circ$.

则 $AF = DF, CF = \sqrt{3}DF$,

$$AC = (1 + \sqrt{3})DF = 5,$$

$$DF = \frac{5}{\sqrt{3} + 1} = \frac{5(\sqrt{3} - 1)}{2}.$$

$$\text{从而, } S_{\triangle ADC} = \frac{25(\sqrt{3} - 1)}{4}.$$

$$\text{故 } S_{\triangle CDE} = \frac{25}{2} - \frac{25(\sqrt{3} - 1)}{2} = \frac{50 - 25\sqrt{3}}{2}.$$

20. B.

设一个矩形的长为 a , 宽为 b , 其中, $a, b \in \mathbf{Z}_+, a > b$.

$$\text{则 } A + P = ab + 2a + 2b$$

$$\Rightarrow A + P + 4 = ab + 2a + 2b + 4$$

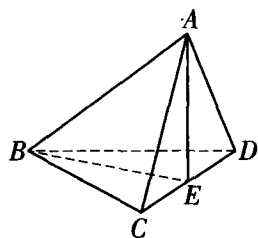
$$= (a+2)(b+2),$$

即 $A + P + 4$ 能分解成两个大于 2 的正整数之积.

但 $102 + 4 = 106 = 2 \times 53$, 故 $A + P$ 不可能为 102.

21. D.

如图 6, 在四面体 $ABCD$ 中, 取边 CD 的中点 E , 联结 AE, BE .



由题意知

$$AE \perp CD,$$

图 6

$BE \perp CD$.

于是, $CE \perp$ 平面 ABE .

由 $CD = \frac{12\sqrt{2}}{5}$, 得 $CE = DE = \frac{6\sqrt{2}}{5}$.

从而, $AE = \frac{\sqrt{153}}{5}$, $BE = \frac{\sqrt{328}}{5}$.

$$\begin{aligned} \text{则 } \cos \angle ABE &= \frac{AB^2 + BE^2 - AE^2}{2AB \cdot BE} \\ &= \frac{25 + \frac{328}{25} - \frac{153}{25}}{2 \times 5 \times \frac{\sqrt{328}}{5}} = \frac{32}{2\sqrt{328}} = \frac{4\sqrt{82}}{41} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \sin \angle ABE = \frac{3\sqrt{41}}{41}.$$

$$\begin{aligned} \text{故 } S_{\triangle ABE} &= \frac{1}{2} AB \cdot BE \sin \angle ABE \\ &= \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{\sqrt{328}}{5} \times \frac{3\sqrt{41}}{41} = 3\sqrt{2}. \end{aligned}$$

所以, 四面体 $ABCD$ 的体积

$$V = \frac{1}{3} S_{\triangle ABE} \cdot CD = \frac{1}{3} \times 3\sqrt{2} \times \frac{12\sqrt{2}}{5} = \frac{24}{5}.$$

22. A.

八人每人站着或坐着, 共有 $2^8 = 256$ 种不同的排法.

下面分情形讨论.

(1) 没有人站着, 有 1 种排法;

(2) 一人站着, 有 $C_8^1 = 8$ 种不同排法;

(3) 两人站着, 但不相邻, 有 $C_8^2 - 8 = 20$ 种不同排法;

(4) 四人站着, 但没有两人相邻, 有 2 种不同排法;

(5) 三人站着, 但没有两人相邻, 有 $\frac{8(3+2+1)}{3} = 16$ 种不同排法;

(6) 没有五人以上站着, 若不然, 其中必有两个相邻的人站着.

$$\text{故 } P = \frac{1+8+20+2+16}{2^8} = \frac{47}{256}.$$

23. C.

因为函数 $f(x) = x^2 - ax + 2a$ 的零点为整数, 所以, 由题意根据韦达定理, 知 a 也为整数, 且二次函数 $f(x) = x^2 - ax + 2a$ 的判别式为完全平方数.

设 $\Delta = a^2 - 8a = k^2 (k \in \mathbf{N})$. 则

$$a^2 - 8a + 16 = k^2 + 16$$

$$\Rightarrow (a-4)^2 - k^2 = 16$$

$$\Rightarrow (a-4+k)(a-4-k) = 16.$$

由 $a-4+k, a-4-k$ 奇偶性相同, 知

$$(a-4+k, a-4-k)$$

$$= (8, 2), (4, 4), (-4, -4), (-2, -8).$$

解得 $a_1 = 9, a_2 = 8, a_3 = 0, a_4 = -1$.

故系数 a 的所有可能值之和为 16.

24. B.

如图 7, 设 $BC = x$,

$AD = CD = y$. 过点 A

作 $AE \perp CD$ 于点 E .

由 $AB = 2$,

$\angle B = \angle C = 90^\circ$,

知 $AE = BC = x$.

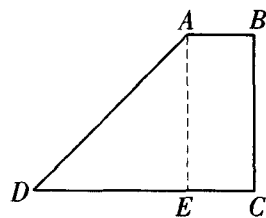


图 7

在 $\text{Rt} \triangle ADE$ 中, 由勾股定理得

$$y^2 = (y-2)^2 + x^2 \Rightarrow x = 2\sqrt{y-1}.$$

$$\text{故 } p = x + 2y + 2 = 2y + 2\sqrt{y-1} + 2.$$

由题意知 $2y + 2\sqrt{y-1} + 2 < 2015$, 且 $y-1$ 为完全平方数, 则设

$$f(y) = 2y + 2\sqrt{y-1} + 2 (y \in [1, +\infty)).$$

于是, $f(y)$ 单调递增.

注意到,

$$\begin{aligned} f(32^2 + 1) &= 2 \times (32^2 + 1) + 2 \times 32 + 2 \\ &= 2116 < 2015, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(31^2 + 1) &= 2 \times (31^2 + 1) + 2 \times 31 + 2 \\ &= 1988 < 2015. \end{aligned}$$

所以, $y = 1^2 + 1, 2^2 + 1, \dots, 31^2 + 1$.

从而, p 有 31 个不同的可能值.

25. A.

如图 8, 将正方形 U 的各边二等分, 即

$$\begin{aligned} AE = EB = BF \\ = FC = CG = GD \\ = DH = HA = \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

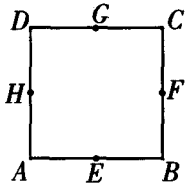


图 8

由轮换对称性, 不妨设其中一点 S 在线段 AE 上, 则当另一点 T 在 BF 、 FC 、 CG 、 GD 、 DH 上时, $P(|ST| \geq \frac{1}{2}) = 1$.

当点 T 在 AE 上时, $P(|ST| \geq \frac{1}{2}) = 0$.

当点 T 在 BE 上时, 设 $AS = x$, $BT = y$. 则

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq \frac{1}{2}, \\ 0 \leq y \leq \frac{1}{2}, \\ x + y \leq \frac{1}{2}. \end{cases}$$

如图 9.

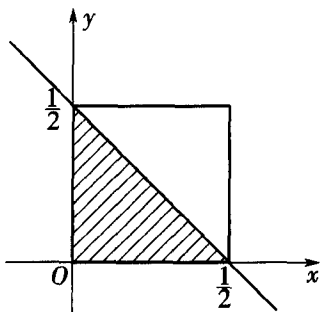


图 9

易知 $P(|ST| \geq \frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$.

当点 T 在 AH 上时, 设 $AS = x$, $AH = y$. 则

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq \frac{1}{2}, \\ 0 \leq y \leq \frac{1}{2}, \\ x^2 + y^2 \geq \frac{1}{4}. \end{cases}$$

如图 10.

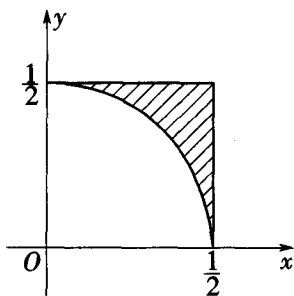


图 10

易知 $P(|ST| \geq \frac{1}{2}) = \frac{\frac{1}{4} - \frac{\pi}{16}}{\frac{1}{4}} = \frac{4 - \pi}{4}$.

故 $P(|ST| \geq \frac{1}{2})$

$$\begin{aligned} &= \frac{4 - \pi}{4} \times \frac{1}{8} + 1 \times \frac{5}{8} + 0 \times \frac{1}{8} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{8} \\ &= \frac{26 - \pi}{32}. \end{aligned}$$

从而, $a + b + c = 26 + 1 + 32 = 59$.

(吴建平 提供 潘铁 翻译)

编读往来

1. 扬州读者徐国云同志来信指出: 本刊 2015 年第 3 期《数学奥林匹克初中训练题(173)》填空第 4 题答案应为 $(0, 0)$ 或 $(-1, 6)$.

2. 另有热心读者指出: 2014 年第 4 期《数学奥林匹克问题》高 377 题目应改为

“证明: $\sum_{i=1}^n \frac{1}{(1 + \sqrt{x_i})^2} \geq \frac{n^2}{2(n + \sum_{i=1}^n x_i)}$ ”;

2015 年第 4 期第 48 页右栏第 13、15 行中相应地改为“ $n = 2k + 1$ ”.

感谢热心读者的指正. 由于错误给读者带来的不便我们深表歉意.

本刊编辑部