

2014 美国数学竞赛(八年级)

中图分类号: G424.79

文献标识码: A

文章编号: 1005-6416(2015)06-0024-05

1. 哈利和特里同时做 $8 - (2 + 5)$ 的计算题. 哈利得出正确解答, 特里计算时忽略了括号, 将问题错解为 $8 - 2 + 5$. 若哈利的答案为 H , 特里的答案为 T , 则 $H - T =$ ().

- (A) -10 (B) -6 (C) 0
(D) 6 (E) 10

2. 保罗欠保拉 35 美分, 他的口袋里仅有 5 美分、10 美分和 25 美分三种硬币若干枚(足够多), 他可以用这些硬币还钱给保拉. 则还款中硬币枚数的最大值与最小值之差为 ().

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

3. 学校给伊莎贝拉布置一项一周读完一本书的任务. 前三天她平均每天读 36 页, 接下来的三天平均每天读 44 页, 最后一天她读完最后 10 页. 则这本书共 () 页.

- (A) 240 (B) 250 (C) 260
(D) 270 (E) 280

4. 若两个素数的和为 85, 则这两个素数的积为 ().

- (A) 85 (B) 91 (C) 115
(D) 133 (E) 166

5. 玛吉的汽车加一加仑汽油可以行驶 32 英里. 按当前每加仑汽油 4 美元计算, 玛吉加 20 美元的汽油, 可以行驶 () 英里.

- (A) 64 (B) 128 (C) 160
(D) 320 (E) 640

6. 六个长方形的宽均为 2, 长分别为 1、4、9、16、25、36. 则这六个长方形的面积之和为 ().

- (A) 91 (B) 93 (C) 162
(D) 182 (E) 202

7. 劳布先生的班里有 28 名学生, 其中, 女生比男生多 4 人. 则在该班中女生人数与男生人数之比为 ().

- (A) 3:4 (B) 4:3 (C) 3:2
(D) 7:4 (E) 2:1

8. 在中学数学俱乐部活动期间有 11 位嘉宾被邀请作专题讲座, 俱乐部给每位嘉宾的报酬均相同, 总钱数为 142 美元. 则三位数中十位上的数字 A 为 ().

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

9. 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 D 为边 AC 上的一点, $BD = DC$, $\angle BCD = 70^\circ$. 则 $\angle ADB =$ ().

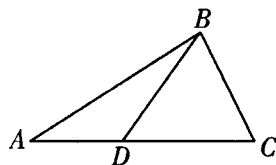


图 1

- (A) 100° (B) 120° (C) 135°
(D) 140° (E) 150°

10. 第一届 AMC 8 于 1985 年举行, 此后每年举办一次. 萨曼莎在她 12 岁时参加了第七届 AMC 8. 则萨曼莎出生于 () 年.

- (A) 1979 (B) 1980 (C) 1981
(D) 1982 (E) 1983

11. 杰克计划从自己家骑行去吉尔家. 吉尔家位于杰克家东面三个街区, 北面两个街区. 杰克骑行时, 在每个路口, 他均可以任意选择向东或向北前进, 但他要避开距他家东面一个街区、北面一个街区的易发生交通事故的十字路口. 则杰克到吉尔家共有 () 种不同的骑行路线.

- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 8 (E) 10

12. 一本杂志上印着六张照片, 分别是三

位名人和他们婴儿时期的照片,但三张婴儿照没有注明是哪三个人的,需要读者自己选择.假设每张照片是等可能的.则读者任意选三张照片,使婴儿照片均对应三位名人名字的概率为().

- (A) $\frac{1}{9}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{3}$ (E) $\frac{1}{2}$

13. 若 $m^2 + n^2 (m, n \in \mathbf{Z})$ 为偶数,则下列说法中()不可能正确.

- (A) m, n 均为偶数
 (B) m, n 均为奇数
 (C) $m + n$ 为偶数
 (D) $m + n$ 为奇数
 (E) 以上答案有不可能的

14. 如图 2, 矩形 $ABCD$ 和 $\text{Rt} \triangle DCE$ 的面积相等, $AB = 5, AD = 6$. 则 $DE = ()$.

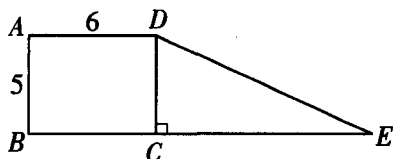


图 2

- (A) 12 (B) 13 (C) 14
 (D) 15 (E) 16

15. 如图 3, 将以 O 为圆心的圆周等分成 12 段弧, 等分点记为 A, B, \dots, L . 则 $\alpha + \beta = ()$.

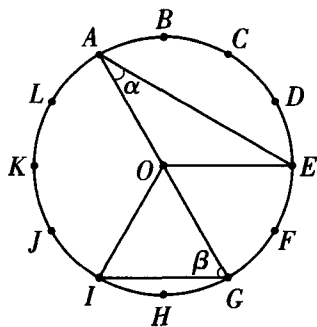


图 3

- (A) 75° (B) 80° (C) 90°
 (D) 120° (E) 150°

球队均要和联盟内部的其他球队比赛两场(主场和客场),且每支球队均与联盟外的对手进行四场比赛.则在一个赛季里,联盟内的八支球队共进行了()场比赛.

- (A) 60 (B) 88 (C) 96
 (D) 144 (E) 160

17. 乔治的家到学校路程为 1 英里. 他每天在同一时间以每小时 3 英里的速度匀速从家出发,走到学校正好上课. 某天,由于天气好,他开始的 0.5 英里以每小时 2 英里的速度前进,为了能准点到学校,剩下的 0.5 英里路程,他的速度应是每小时()英里.

- (A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 10 (E) 12

18. 四个小朋友昨天在市医院降生. 假设生男孩和生女孩的概率相等,则下列说法中, () 最有可能.

- (A) 均为男孩
 (B) 均为女孩
 (C) 两个男孩、两个女孩
 (D) 三人一个性别,第四人为另一性别
 (E) 以上概率均相等

19. 棱长为 3 英寸的正方体是由 27 个单位小正方体组成的,其中,有 21 个红色小正方体,6 个白色小正方体. 若让大正方体的表面尽可能少的出现白色,则大正方体表面积中白色部分面积占整个正方体表面积的().

- (A) $\frac{5}{54}$ (B) $\frac{1}{9}$ (C) $\frac{5}{27}$ (D) $\frac{2}{9}$ (E) $\frac{1}{3}$

20. 如图 4, 已知矩形 $ABCD, AD = 5, CD = 3$, 分别以 A 和 B 和 C 为圆心、1 和 2 和 3 为半径作三个圆. 则阴影部分面积约为().

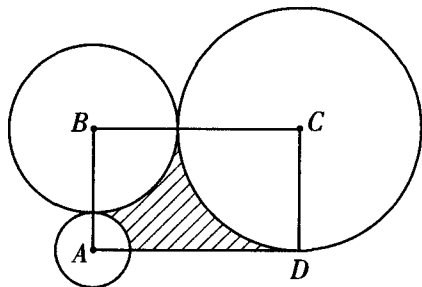


图 4

16. 篮球联盟有八支球队. 每个赛季每支

- (A)3.5 (B)4.0 (C)4.5
(D)5.0 (E)5.5

21. 两个七位数 $74A52B1$ 和 $326AB4C$ 均能被 3 整除. 则 C 的值为().

- (A)1 (B)2 (C)3 (D)5 (E)8

22. 一个两位数, 个位数字与十位数字之和与积相加所得到的和等于这个两位数. 则这个两位数的个位数字为().

- (A)1 (B)3 (C)5 (D)7 (E)9

23. 欧几里德中学的三位女生参加学校的垒球队.

希礼说:“我们三个人队服的号码均为两位素数. 你们两人队服的号码和恰为今天的日期.”(注:即只考虑日期, 不考虑所在月份、年份. 下同).

宝芬妮说:“你们两人的号码和是我生日的日期, 且比今天的日期早.”

凯特琳说:“太巧了, 你们两人的号码和是我生日的日期, 且比今天的日期晚.”

则凯特琳队服的号码为().

- (A)11 (B)13 (C)17
(D)19 (E)23

24. 一天, 饮料仓库出售给 100 位顾客 252 罐苏打水, 且每位顾客至少买一罐苏打水. 在这一天中, 每位顾客购买的苏打水的罐数中, 中位数的最大值可能为().

- (A)2.5 (B)3.0 (C)3.5
(D)4.0 (E)4.5

25. 一段封闭的高速公路, 长 1 英里, 宽 40 英尺. 罗伯特按照图 5 的骑行路线依半圆形轨迹骑行. 若他的速度为每小时 5 英里, 则他骑行完这段公路需()小时(注:1 英里 = 5 280 英尺).

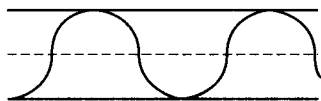


图 5

- (A) $\frac{\pi}{11}$ (B) $\frac{\pi}{10}$ (C) $\frac{\pi}{5}$
(D) $\frac{2\pi}{5}$ (E) $\frac{2\pi}{3}$

参考答案

1. A.

由题意知

$$H = 8 - (2 + 5) = 8 - 7 = 1,$$

$$T = 8 - 2 + 5 = 11.$$

$$\text{故 } H - T = -10.$$

2. E.

还款中硬币最多七枚, 均为 5 美分; 最少 2 枚, 一枚 10 美分, 一枚 25 美分.

$$\text{故最大值与最小值之差为 } 7 - 2 = 5.$$

3. B.

$$3 \times 36 + 3 \times 44 + 10 = 250.$$

4. E.

这两个素数不可能均为奇素数, 故必有一个为偶素数 2, 则另一个素数为 83.

$$\text{因此, } 83 \times 2 = 166.$$

5. C.

$$20 \div 4 \times 32 = 160.$$

6. D.

$$S = 2(1 + 4 + 9 + 16 + 25 + 36) = 182.$$

7. B.

设女生人数为 x , 男生人数为 y . 则

$$\begin{cases} x - y = 4, \\ x + y = 28 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 16, \\ y = 12 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{16}{12} = \frac{4}{3}.$$

8. D.

由题意知 $11 \mid 11A2$.

$$\text{故 } 1 + 2 - A = 3 - A \equiv 0 \pmod{11}.$$

注意到, $0 \leq A \leq 9$.

$$\text{则 } -6 \leq 3 - A \leq 0 \Rightarrow 3 - A = 0$$

$$\Rightarrow A = 3.$$

9. D.

由 $BD = DC$, 知 $\angle BCD = \angle CBD$.

又 $\angle BCD = 70^\circ$, 则 $\angle CBD = 70^\circ$.

从而, $\angle ADB = 70^\circ + 70^\circ = 140^\circ$.

10. A.

由已知得萨曼莎出生于 1979 年.

11. A.

由题意先绘制一个杰克家附近的交通路

线图,如图6.

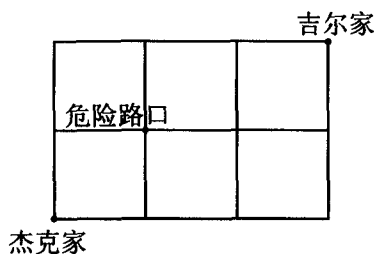


图6

因此,杰克可走的路线有4条,如图7.

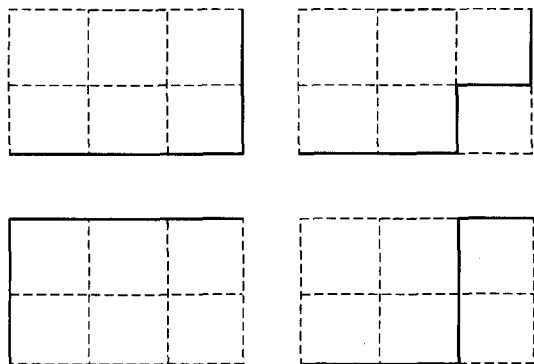


图7

12. B.

设事件 A 为选对三张婴儿的照片. 则

$$P(A) = \frac{1}{3!} = \frac{1}{6}.$$

13. D.

由题意知 m^2 与 n^2 同奇偶.

当 m^2 、 n^2 同为偶数时, m 、 n 同为偶数, 于是, $m+n$ 为偶数;

当 m^2 、 n^2 同为奇数时, m 、 n 同为奇数, 于是, $m+n$ 为偶数.

因此, $m+n$ 为奇数是不可能的.

14. B.

由题意知

$$S_{\text{矩形}ABCD} = 5 \times 6 = 30,$$

$$S_{\triangle CDE} = S_{\text{矩形}ABCD} = 30 = \frac{1}{2}DC \cdot CE.$$

于是, $CE = 12$.

$$\text{故 } DE = \sqrt{CD^2 + CE^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13.$$

15. C.

将 $\odot O$ 的圆周 12 等分, 每一份的弧的度

数为 $\frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$.

$$\text{则 } \alpha = \frac{1}{2} \angle GOE = 30^\circ,$$

$$\beta = \frac{1}{2} \angle AOI = 60^\circ.$$

从而, $\alpha + \beta = 90^\circ$.

16. B.

联盟内的八支球队可组成 $C_8^2 = 28$ 对.

由于每两支球队均要进行主、客场比赛, 故联盟内的八支球队共进行 $28 \times 2 = 56$ 场比赛.

由于每支球队均与联盟外的对手进行四场比赛, 故八支球队与联盟外的球队共进行 $4 \times 8 = 32$ 场比赛.

因此, 一个赛季内这八支球队共进行了 $56 + 32 = 88$ 场比赛.

17. B.

$$v = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{3} - \frac{1}{2}} = 6 \text{ (英里/小时)}.$$

18. D.

均为男孩或均为女孩的概率是

$$\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16},$$

两男两女的概率是

$$C_4^2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{8},$$

一女三男或三女一男的概率是

$$C_4^1 \left(\frac{1}{2}\right)^1 \left(\frac{1}{2}\right)^3 + C_4^3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{1}{2}.$$

19. A

要想使白色面积尽量小, 可将一个白色单位正方体作为大正方体的体心, 其余五个白色单位正方体作为大正方体任意五个面的中心. 而棱长为 3 的大正方体表面积为 $6 \times 3^2 = 54$, 这样表面积中白色部分占整个表面积

的 $\frac{5}{54}$.

20. B.

$$\begin{aligned}
 & 3 \times 5 - \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4} \times 2^2 - \frac{\pi}{4} \times 3^2 \\
 & = 15 - \frac{\pi}{4}(1+4+9) = 15 - \frac{7\pi}{2} \\
 & \approx 15 - \frac{7}{2} \times \frac{22}{7} = 4.0.
 \end{aligned}$$

21. A.

由题意知

$$\begin{aligned}
 & 7+4+A+5+2+B+1 \\
 & = 19+A+B \equiv 0 \pmod{3} \\
 & \Rightarrow A+B \equiv 2 \pmod{3}, \\
 & 3+2+6+A+B+4+C \\
 & = 15+A+B+C \equiv 0 \pmod{3} \\
 & \Rightarrow C \equiv 1 \pmod{3}.
 \end{aligned}$$

22. E.

设这个两位数为 $10a+b$, 其中,

$$a, b \in \mathbf{Z}, 0 \leq a, b \leq 9, a \neq 0.$$

$$\text{则 } 10a+b = ab+a+b \Rightarrow a(b-9) = 0.$$

因为 $a \neq 0$, 所以, $b=9$.

23. A.

注意到, 一个月中日期的最大值为 31, 两位素数中最小的三个数为 11、13、17, 它们两两和为 24、28、30.

由题意知凯特琳队服的号码为 11.

24. C.

设每位顾客买苏打水的罐数为 $a_i (i \in \mathbf{Z}, 1 \leq i \leq 100)$. 则 $1 \leq a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_{100}$.

为使 a_1, a_2, \dots, a_{100} 的中位数尽可能大, 即 a_{50}, a_{51} 尽可能大, 因此, 前 49 位顾客每人买一罐, 即

$$a_1 = a_2 = \dots = a_{49} = 1,$$

剩下 $252 - 49 = 203$ 罐, 且 $203 = 51 \times 3 + 50$.

$$\text{故 } a_{50} = 3, a_{51} = a_{52} = \dots = a_{100} = 4.$$

从而, 中位数最大值为 $\frac{3+4}{2} = 3.5$.

25. B.

公路的宽为 40 英尺, 即每一车道宽 20 英尺, 则罗伯特骑车所走的半圆直径为 40 英尺.

又公路总长 1 英里, 即 5 280 英尺, 故

$$\frac{5\,280}{40} = 132 \text{ 个半圆, 每个半圆周长 } \frac{1}{2} \times 2\pi \times$$

$$20 = 20\pi.$$

故骑行的总路线路程为 $\frac{20\pi \times 132}{5\,280} = \frac{\pi}{2}$

英里, 骑行时间为 $\frac{\pi}{5} = \frac{\pi}{10}$ 小时.

(吴建平 提供 潘 铁 翻译)

新书 介绍

由数学奥林匹克委员会委员、资深中国国家队教练员、原中国国家队领队单增先生编著, 华东师范大学出版社出版的《单增老师教你学数学》, 共计 7 册现已出版发行。

单老师在该丛书向广大数学竞赛爱好者分享其对数学的理解, 让读者领悟到数学之美。

各分册书名及邮购价

代 码	书 名	邮 购 价	代 码	书 名	邮 购 价
SZXH	平面几何中的小花	21	SZSQ	十个有趣的数学问题	18
SZSL	趣味数论	25	SZQP	棋盘上的数学	15
SZFG	覆盖	18	SZZH	组合数学的问题与方法	17
SZJX	解析几何的技巧	21	SZQT	全套	100

发行部地址: 300074, 天津市河西区吴家窑大街 57 号增 1 号

电 话: 022-23542233 15822631163 开户行: 中国建设银行天津河北支行

户 名: 姜姗姗 账 号: 4367 4200 6171 0117 055

本刊编辑部