

第十一届“五羊杯”初中数学竞赛初二试题

1999年10月 时间：90分钟 满分：100分

试题收集：李启印 费振鹏 录入：成俊锋 校对：林昊

一、选择题（每小题5分，共50分）

1. 设 $S = 19 + 199 + 1999 + \dots + 199\dots9$ （最后一个加数中有99个9），则 S 的末九位数字的和是

A、19 B、81 C、16 D、79

2. 杨小奇做了两块三角板，如果它们的三个内角分别是 90° 、 75° 、 15° 和 90° 、 54° 、 36° ，那么用这两块三角形可以画出（ ）个互不相等的锐角。

A、30 B、29 C、10 D、9

3. aoshoo.com 防盗暗记。设 $A = \frac{1998 \times 1999}{2000 \times 2001}$, $B = \frac{1998 \times 2000}{1999 \times 2001}$, $C = \frac{1998 \times 2001}{1999 \times 2000}$ ，则有

A、 $A > B > C$ B、 $A < B < C$ C、 $B > A > C$ D、 $B > C > A$

4. 已知两个自然数 $a < b$, $a + b = 78$, a 、 b 的最小公倍数是 $[a, b] = 252$, 则 $b - a =$

A、50 B、22 C、14 D、6

5. 满足 $(y+z)^{1949} + (z+x)^{1999} + (x+y)^{2000} = 2$ 的整数数组 (x, y, z) 有

A、3组 B、5组 C、8组 D、12组

6. 用重量分别为1克、3克、9克、27克、81克的5个砝码，在天平上可以称（ ）种不同的重量（砝码可以分别放在天平的两个托盘上）

A、32 B、81 C、121 D、243

7. 设 a 、 b 为整数，观察下列命题：

若 $5a + 3b$ 为偶数，则 $7a - 9b$ 也为偶数；

若 $a^2 + b^2$ 能被3整除，则 a 和 b 也能被3整除；

若 $a + b$ 是质数，则 $a - b$ 不是质数；

若 $a^3 - b^3$ 是4的倍数，则 $a - b$ 也是4的倍数。

其中正确的有

A、0个 B、1个 C、2个 D、3个以上

8. 时钟在6时和7时之间，有（ ）个时刻的时针和分针位置对调后，仍是某一实际时刻的时针和分针的位置。

A、0 B、6 C、11 D、12

9. 设 a 、 b 、 c 是有理数，满足 $(3a - 2b + c - 4)^2 + (a + 2b - 3c + 6)^2 + (2a - b + 2c - 2)^2 \leq 0$ ，

则 $2a + b - 4c =$

A、-4 B、 $-\frac{20}{7}$ C、 $\frac{8}{7}$ D、 $-\frac{16}{7}$

10. 数轴上坐标是整数的点称为整点。3条线段的长度之和是19.99。把这3条线段放在数轴上，覆盖了的整点最多有（ ）个，最少有（ ）个。

A、23, 19 B、23, 12 C、22, 7 D、22, 6

二、填空题（每小题5分，共50分）

11. 已知 $a + b + c = 4$, $bc + ca + ab = 5$, $a^3 + b^3 + c^3 = 10$ ，则 $abc =$ _____。

12. 橙子奥数工作室防盗暗记. 方程组
$$\begin{cases} \frac{xy}{3x+2y} = \frac{1}{8} \\ \frac{xy}{2x+3y} = \frac{1}{7} \end{cases}$$
 的解 $x = \underline{\hspace{2cm}}$, $y = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. 五羊生态公司开垦观光农场, 需排光一个山塘的水来清淤. 经估算, 如昼夜连续使用一台水泵至少需要 15 天. 实际上, 使用一台水泵 3 天后, 增加了一台水泵, 这样至少还需要 $\underline{\hspace{2cm}}$ 个小时 (答整数) 便可确保把水排光.

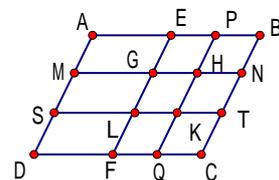
14. 正整数 p 、 q 都大于 1, 且 $\frac{2p-1}{q}$ 和 $\frac{2q-1}{p}$ 都是整数, 则 $p+q = \underline{\hspace{2cm}}$.

15. 某次数学竞赛分两组题目: A 组题每题 8 分, 答对得 8 分, 不答或答错得 0 分, 共 5 题; B 组题每题 5 分, 答对得 5 分, 不答得 0 分, 答错得 -2 分 (即倒扣 2 分), 共 12 题. 小杨得了 71 分, 他一共答对 $\underline{\hspace{2cm}}$ 道题.

16. 羊城菜牛公司利用草场放牧菜牛代替圈养, 公司有两处草场: 草场甲面积 3 公顷, 草场乙面积 4 公顷. 草长得一样高, 一样密, 生长速度也相同. 如果草场甲可供 90 头牛吃 36 天, 草场乙可供 160 头牛吃 24 天 (草刚好可以吃完), 那么两处草场和起来可供 250 头牛吃 $\underline{\hspace{2cm}}$ 天.

17. 正整数 x 、 y 、 z 满足 $x \leq y \leq z$, $\frac{1}{yz} + \frac{1}{zx} + \frac{1}{xy} = \frac{1}{5}$, 这样的数组 (x, y, z) 有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 组.

18. 图中平行四边形 ABCD 被平行于它的边的平行线 MN、ST 和 EF、PQ 分成 9 个小平行四边形. 已知 5 个平行四边形 AELS、BNGE、CQHN、DSKQ、GHKL 的面积分别为 7、6、8、5、4, 则四边形 MPTF (图中没有画出来) 的面积是 $\underline{\hspace{2cm}}$.



19. 小康锻炼身体, 每天都做俯卧撑若干组, 每组 8 个, 再做引体向上若干组, 每组 5 个. 他第一天做了 41 个 (两种动作合计), 以后每天都增加 1 个, 直到第 100 天为止. 如果他每天所做的俯卧撑的组数和引体向上的组数都是正整数, 那么这 100 天小康至少做了 $\underline{\hspace{2cm}}$ 组俯卧撑, 至少做了 $\underline{\hspace{2cm}}$ 组引体向上.

20. $19 \times 21 \times 23 + 21 \times 23 \times 25 + 23 \times 25 \times 27 + \dots + 95 \times 97 \times 99 = \underline{\hspace{2cm}}$.