**2015年全国高中数学联赛黑龙江省预赛**

**一、选择题:本大题共12小题,每小题5分,共60分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.**

**1.**设集合,集合且,则集合等于

 A. B. C. D.

**2.**设,若,则等于

 A. B.0 C.1 D.2

**3.**函数的图象大致是



 A. B. C. D.

**4.**已知函数,根据函数的性质,积分的性质和积分的几何意义,探求的值,结果是

 A. B.0 C. D.

**5.**设正项等比数列的前项和为,且,则数列的公比为

 A. B. C. D.

**6.**某几何体的三视图如图所示,其侧视图是一个边长为1的等边三角形,俯视图是两个等边三角形拼成的菱形,则这个几何体的体积是

 A. B.

 C. D.

**7.**设变量满足约束条件,目标函数的最大值是8,则的最小值是

 A.3 B.4 C.5 D.6

**8.**设,则下列不等式中不恒成立的是

 A. B. C. D.

**9.**甲,乙两人玩猜数字游戏,先由甲心中想一个数字,记作,再由乙猜甲刚才所想的数字,把乙猜的数字记作,其中,若,就称甲,乙“心相近”,现任意找两个人玩这个游戏,则他们“心相近”的概率为

 A. B. C. D.

**10.**设是平面直角坐标系中两两不同的四个点,若

 且,则称调和分割,已知平面上的点调和分割,则下列说法正确的是

 A.可能是线段的中点 B.可能是线段的中点

C.可能同时在线段上 D.不可能同时在线段的延长线上

**11.**四棱锥中,底面是正方形,边长为,在这个四棱锥中放入一个球,则球的最大半径为

 A. B. C. D.

**12.**设等差数列满足:,公差,若当且仅当时数列的前项和取得最大值,则首项的取值范围是

 A. B. C. D.

**二、填空题:本大题共4小题,每小题5分,共20分,请将答案填在题后的横线上.**

**13.**若是双曲线的右支上的一点,分别是圆和 上的点,则的最大值为

**14.**在中,点是的中点,过点的直线分别交直线于不同两点,若,则的值为

**15.**若且,则的值为

**16.**若函数对定义域内的每一个值,在其定义域内都存在唯一的实数,使

成立,则称该函数为“依赖函数”,给出以下命题: ①是“依赖函数”;

②函数是“依赖函数”; ③函数是“依赖函数”;

④函数是“依赖函数”; ⑤若函数都是“依赖函数”,且定义域相同,则函数也是“依赖函数”.其中所有真命题的序号是 (填上你认为正确的所有命题的序号)

**三、解答题:本大题共6小题,共70分,解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤.**

**17(本小题满分10分)**

已知函数且.

(Ⅰ)求实数的值;

(Ⅱ)当时,求函数的最大值.

**18(本小题满分12分)**

在一个盒子中,放有标号为1,2,3的三张卡片,现从这个盒子中,有放回地先后抽得两张卡片的标号分别为,记.

(Ⅰ)求随机变量的最大值,并求事件“取得最大值”的概率;

(Ⅱ)求随机变量的概率分布列和数学期望.

**19(本小题满分12分)**

已知向量,函数的最小正周期为.

(Ⅰ)求的值;

(Ⅱ)设的三边满足:且边所对的角为,若关于的方程有两个不同的实数解,求实数的取值范围.

**20(本小题满分12分)**

如图,垂直于梯形所在的平面,为中点,

,四边形为矩形,线段交于点.

(Ⅰ)求证:平面

(Ⅱ)求二面角的大小;

(Ⅲ)在线段上是否存在一点,使得与平面所成的角的大小为若存在,请求出

 的长;若不存在,请说明理由.

**21(本小题满分12分)**

如图,椭圆的左焦点为,过点的直线交椭圆于两点,的最大值为的最小值是,满足:

(Ⅰ)求该椭圆的离心率;

(Ⅱ)设线段的中点为的垂直平分线与轴和轴分别交于两点,是坐标原点,记

 的面积为的面积为,求的取值范围.

**22(本小题满分12分)**

设函数

(Ⅰ)若函数在上为单调递减函数,求实数的最小值;

(Ⅱ)若存在,使成立，求实数的取值范围。