

第十三届“小机灵杯”数学竞赛

初赛试题（四年级组）

一、 判断题（正确的打“√”，错误的打“×”。每题1分）

1.带分数的写法是从古埃及起源的。（ ）

【解析】正确

2.在生活中，我们会经常用到的1,2,3,4.....这些阿拉伯数字是全世界通用的数学符。（ ）

【解析】正确

3.发现和鼓励世界上具有数学天赋的青少年，是国际奥林匹克数学竞赛的举办目的之一。（ ）

【解析】正确

4.被国际上誉为“东方国度灿烂的数学明星”与“东方第一几何学家”的是我国著名的数学家华罗庚。（ ）

【解析】错误

5.瑞士数学家欧拉为解决“七桥问题”，提出了“一笔画问题”。成为后来解析几何的基础。（ ）

【解析】错误

二、填空题（6-10题每题5分，11-15题每题8分，16-20题每题10分）

6.在下列方格中填入合适的“+,-,×,÷”运算符号（算式中也可使用括号），使下列等式成立。

$$12 \square 12 \square 12 \square 12 = 6$$

$$12 \square 12 \square 12 \square 12 = 13$$

【解析】 $12 \times 12 \div (12 + 12) = 6$ ， $(12 \times 12 + 12) \div 12 = 13$

7.小明在计算时错把加法当做减法来计算，得到的结果是86，比正确的答案少186，原来加数中较大的数是（ ）。

【解析】减法中的减数是 $186 \div 2 = 93$ ，被减数是 $93 + 86 = 179$ ，所以加数中较大的是179

8.我们玩扑克牌时，当拿到2张大小相同的牌时（如2个5），我们会说拿到了“一对5”，当拿到了三张大小相同的牌时（如3个K），我们就说拿到了“俘虏K”，当拿到了4张大小相同的牌时，我们就会说拿到了“一个炸弹”。在一副扑克牌中，至少拿出（ ）张牌就能保证有“一个炸弹”。

【解析】最不利的情况：先取大小王、A到K各取3张，再取一张即可，至少 $2 + 13 \times 3 + 1 = 42$ 张

9.某咖啡店推出“喝咖啡半价”活动，规定，买一杯原价，买第二杯是半价，买第三杯只需3元，小周这天喝了3杯咖啡，平均每杯19元，那么一杯咖啡的原价是（ ）元。

【解析】3杯咖啡共57元，前2杯54元，原价是 $54 \div (1 + 0.5) = 36$ 元



10. 小王和小李两人都带了一些钱去买《哈利·波特》这本书。到书店一看，小王带的钱如果买2本确6元，小李带的钱如果买2本缺31元。而两人带的钱合起来刚好能买3本。《哈利·波特》每本定价（ ）元。

【解析】两人的钱相加，买4本缺37元，恰好是3本的价格，所以1本37元

11. $1951^{1952} - 1949^{1951}$ 差的末两位数是（ ）。

【解析】1951 除以4余3， 3^1 除以4余3， 3^2 除以4余1，周期为2，所以 1951^{1952} 除以4余1，1951除以25余1，所以 1951^{1952} 除以25余1，所以 1951^{1952} 除以100余1，即 1951^{1952} 的末两位是01；1949除以4余1，所以 1949^{1951} 除以4余1，1949 除以25余24， 24^1 除以25余24， 24^2 除以25余1，周期为2，所以 1949^{1951} 除以25余24，所以 1949^{1951} 除以100余49，即 1949^{1951} 的末两位是49；所以原式末两位是 $101 - 49 = 52$

12. 小丽和小英都有一些连环画。如果小英给小丽7本连环画，小丽的了，连环画的本数就是小英的5倍。如果小丽给小英9本连环画，小丽的本数就是小英的3倍。原来小英有（ ）本连环画，小丽有（ ）本连环画。

【解析】设小英有 x 本，小丽有 y 本

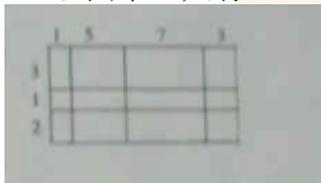
$$\begin{cases} 5(x-7) = y+7 \\ 3(x+9) = y-9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 39 \\ y = 153 \end{cases}$$

13.

一箱山楂有一百多粒，3粒3粒地数，多1粒；4粒4粒地数，多2粒；5粒5粒地数，多3粒；6粒6粒地数，多4粒。这箱山楂最多有（ ）粒。

【解析】一个一百多的数，除以3余1，除以4余2，除以5余3，除以6余4，所以这个数加上2就是3、4、5、6的公倍数，这个数形如 $60k - 2$ ，考虑到它是一百多，最大是178

14. 右图中，共有（ ）个长方形，这些长方形的面积和是（ ）。



【解析】共有 $6 \times 10 = 60$ 个长方形，

面积之和为 $(3+1+2+4+3+6) \times (1+5+7+3+6+12+10+13+15+16) = 1672$

15. 甲乙两人从300米环形跑道的同一点出发，背向而行，甲每秒跑2米，乙每秒跑4米。当两人迎面相遇时，甲转身往回跑；当甲，乙再相遇时，乙转身往回跑。若以此类推，出发后（ ）秒两人第一次在出发点相逢。

【解析】不妨设出发时甲顺时针，乙逆时针，第一次相遇用时 $300 \div (4+2) = 50$

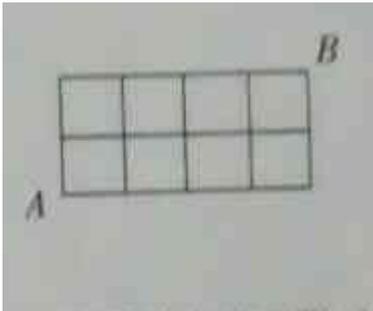
秒，此时甲顺时针跑200米，乙逆时针跑100米；第二次相遇时用时 $300 \div (4-2) = 150$

秒，此时甲逆时针跑600米，乙逆时针跑300米；第三次相遇时用时 $300 \div (4+2) = 50$



秒，此时甲逆时针跑200米，乙顺时针跑100米；第四次相遇时用时 $300 \div (4 - 2) = 150$ 秒，此时甲顺时针跑600米，乙顺时针跑300米；两人第一次在出发点相遇，共用时400秒

16. 右图是棋盘的一部分，A点有一枚棋子，要使棋子从A点沿线段走最短路线到B点，每次走一步或两步，共有（ ）种不同的走法。（注：①走正方形的一条边长算作一步。②路线相同步骤不同，认为是不同走法。）



【解析】共走6步，2步上，4步右，有 $C_6^2 = 15$ 条路线，每条路线有6步，走6次1步有1种走法；走4次1步，1次2步有 $C_5^1 = 5$ 种走法；走2次1步，2次2步有 $C_4^2 = 6$ 种走法；走3次2步有1种走法；每条路线都有 $1 + 5 + 6 + 1 = 13$ 种走法，共有 $15 \times 13 = 195$ 种走法

17. 桌上有0-

9这10个数字卡片，甲乙丙三人每人各取其中的三张，并将自己拿到的三张数字卡片组成的所有不同的三位数求和，结果甲乙丙的答案分别是1554,1688,4662，剩下的那张数字卡片是（ ）（注：6或9不可倒过来看成9或6.）

【解析】如果三张卡片没有0，那么所组成的6个三位数之和为 $222 \times (a + b + c)$ ，如果三张卡片中有0，那么仅能组成4个三位数，和为 $211(a + b)$ ，而 $(222, 211) = 1$ ，所以如果和为222的倍数，一定没有0，和为211的倍数，一定有0，因此甲的三张卡片之和为 $1554 \div 222 = 7$ ；乙的三张卡片之和为 $1688 \div 211 = 8$ ；丙的三张卡片之和为 $4662 \div 222 = 21$ ；剩下的那张是 $45 - 7 - 8 - 21 = 9$

18. 甲乙两个学校分别派出5名学生参加一次长跑比赛。规则是：第K个到达终点的学生记K分（没有学生并列达到终点）。总分少的学校获胜。那么，获胜队的总分有（ ）种可能。

【解析】两队共得 $1 + 2 + \dots + 10 = 55$ 分，获胜队至少得 $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$ 分，至多得27分，所以有13种可能

19. n是一个不大于100且不小于10的正整数，且n是其各位数字和的倍数，这样的n有（ ）个。

【解析】即 $10 \leq n \leq 100$ ，当n是三位数时，n为100，符合要求，当n为两位数时，不妨设 $n = \overline{ab} = 10a + b$ ，此时 $10a + b$ 是 $a + b$ 的倍数，因此 $a + b \mid 10a + b \Rightarrow a + b \mid 9a$

一、 $a + b = a$ 即 $b = 0$ 时， $a \mid 9a$ ，此时 a 可取1至9共9种

当 $b \neq 0$ 时，因为 $a + b > a$ ，而 $a + b \mid 9a$ ，所以此时 $a + b$ 一定是3的倍数

二、 $a + b = 3$ 时， $3 \mid 9a$ ，因为 $b \neq 0$ ，因此有12、21，2种



三、 $a+b=6$ 时， $6|9a$ ，因此 a 应为偶数，因为 $b \neq 0$ ，因此有24、42，2种

四、 $a+b=9$ 时， $9|9a$ ，因为 $b \neq 0$ ，因此有18、27、……、81，8种

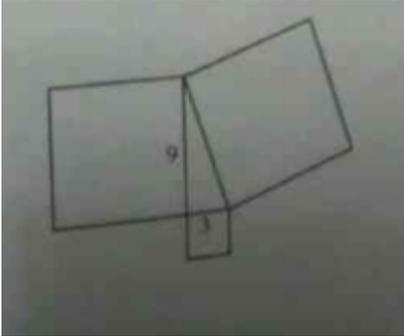
五、 $a+b=12$ 时， $12|9a$ ，因此 a 应为4的倍数，因为 $b \neq 0$ ，因此有48、84，2种

六、 $a+b=15$ 时， $15|9a$ ，因此 a 应为5的倍数，没有符合条件的数

七、 $a+b=18$ 时， $18|9a$ ，因此 a 应为偶数，没有符合条件的数

综上，共 $1+9+2+2+8+2=24$ 个

20. 直角三角形的两条直角边分别是3与9，以三角形的每条边长作为正方形的边长，分别可以画出三个正方形（如右图），这个多边形的面积是（ ）。



【解析】由勾股定理，直角三角形斜边的平方为 $3^2 + 9^2 = 90$ ，因此大正方形面积为90，整个图形面积为 $3 \times 9 \div 2 + 3^2 + 9^2 + 90 = 193.5$

四季教育
李唯瑒