# 第十四届“五羊杯”初中数学竞赛初三试题

2002 年 10 月　时间：90 分钟　满分：100 分

试题收集：李启印 费振鹏　录入：成俊锋　校对：林昊

一、选择题（每小题 5 分，共 50 分）

1．方程 $\frac{(\sqrt{5}-1)(1+x)}{\sqrt{5}+1}-\frac{(\sqrt{5}+1)(1+x)}{\sqrt{5}-1}=0$ 的根是 $x=$

A、$-\frac{\sqrt{5}}{3}$　　B、$\frac{\sqrt{5}}{3}$　　C、$\frac{\sqrt{5}-1}{3}$　　D、$\frac{1-\sqrt{5}}{3}$

2．设 $x^3-3\sqrt{2}x^2+6x-2\sqrt{2}-8=0$，则 $x^5-41x^2+1=$

A、$13-\sqrt{2}$　　B、$-13+\sqrt{2}$　　C、$-13$　　D、$13$

3．绝对值方程 $|(x-2)(x+3)|=4+|x-1|$ 的不同实数解的个数为

A、1　　B、2　　C、3　　D、4

4．设 $\lfloor x \rfloor$ 表示不大于 $x$ 的最大整数；$\lceil x \rceil$ 表示不小于 $x$ 的最小整数，$\lfloor x \rceil$ 表示最接近 $x$ 的整数（$x\neq n+0.5$，$n$ 为整数）．例略．则不等式 $8\leq 2x+\lfloor x \rfloor+3\lfloor x \rceil+\lceil x \rceil\leq 14$ 的解为

A、$0.5\leq x\leq 2$　　B、$0.5<x<1.5$ 或 $1.5<x<2$　　C、$0.5<x<1.5$　　D、$1.5<x<2$

5．橙子奥数工作室防盗暗记．设 $\lfloor x \rceil$ 表示最接近 $x$ 的整数（$x\neq n+0.5$，$n$ 为整数），则 $\lfloor \sqrt{1\times 2} \rceil+\lfloor \sqrt{2\times 3} \rceil+\lfloor \sqrt{3\times 4} \rceil+\cdots+\lfloor \sqrt{100\times 101} \rceil=$

A、5151　　B、5150　　C、5050　　D、5049

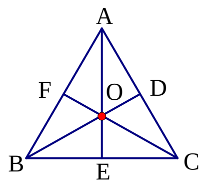

图 1

6．图 1 中，按给定的点和边，可以数出的多边形共有

A、31 个　　B、48 个　　C、63 个　　D、15 个

7．图 1 的等边△ABC 中，D、E、F 是三边中点．在图 1 可以数出的三角形中，任选一对三角形（不计顺序），如果这 2 个三角形至少有一条边相等，便称之为一对“友好三角形”，那么，从图 1 中选出的“友好三角形”共有

A、120 对　　B、240 对　　C、234 对　　D、114 对

8．（图略）图 2 的正方形 ABCD 边长为 2，从各边往外作等边三角形 ABE、BCF、CDG、DAH，则四边形 AFDG 的周长为

A、$4+2\sqrt{6}+2\sqrt{2}$　　B、$2+2\sqrt{6}+2\sqrt{2}$　　C、$4+2\sqrt{3}+4\sqrt{2}$　　D、$2+2\sqrt{3}+4\sqrt{2}$

9．如图 3，已知凸四边形 ABCD 的面积为 $S$，四边 AB、BC、CD、DA 的第一个三等分点是 E、F、G、H，连 AF、BG、CH、DE，相邻两连线交于 I、J、K、L，又△AEL、△BFT、△CGJ、△DHK 的面积分别为 $a$、$b$、$c$、$d$，$S_1=a+b+c+d$，则四边形 IJKL 的面积为

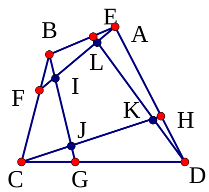

图 3

A、$\frac{4}{9}S-S_1$　　B、$\frac{5}{9}S-S_1$　　C、$\frac{2}{9}S+S_1$　　D、$\frac{1}{3}S+S_1$

10．设 $S=\frac{2}{1\times3}+\frac{2^2}{3\times5}+\frac{2^3}{5\times7}+\cdots+\frac{2^{49}}{97\times99}$，$T=\frac{1}{3}+\frac{2}{5}+\frac{2^2}{7}+\cdots+\frac{2^{48}}{99}$，则 $S-T=$

A、$\frac{2^{49}}{99}$　　B、$1-\frac{2^{49}}{99}$　　C、$\frac{2^{99}}{99}-1$　　D、$\frac{2^{49}}{99}+1$

二、选择题（每小题 5 分，共 50 分）

11．在实数范围内分解因式：$x^8-1=$________________________．

12．Aoshoo.com 防盗暗记．已知 $\frac{3a+3b}{2a-2b}=\frac{2b+c}{2b-2c}=\frac{2c-4a}{c-a}$，$abc(a-b)(b-c)(c-a)\neq0$，则 $\frac{a+2b+3c}{5a-2b-9c}=$_____．（$5a\neq2b+9c$）

13．不等式 $\frac{x^2+3}{x^2+1}+\frac{x^2-5}{x^2-3}\geq\frac{x^2+5}{x^2+3}+\frac{x^2-3}{x^2-1}$ 的满足 $x>0$ 的解是__________．

14．5 位数 $n$，满足以下四个条件：① $n$ 是回文数（数字逆排仍等于自身的正整数称为回文数，例如 33，252，10601）；② $n$ 是完全平方数；③ $n$ 的各位数字之和 $k$ 也是完全平方数；④ $k$ 是 2 位数，$k$ 的两位数字之和 $r$ 也是完全平方数．那么 $n=$_____．

15．平面上 n 条直线，他们恰有 2002 个交点，$n$ 的最小值是_____．

16．三边长为整数，周长为 20 的互不全等的锐角三角形共有_____个．

17．五羊大学建立分校，校本部与分校隔着两条平行的小河．如图 4，$a//b$ 表示小河甲，$c//d$ 表示小河乙，A 为校本部大门，B 为分校大门．为方便人员来往，要在两条小河上各建一条桥，桥面垂直于河岸．图中的尺寸是：甲河宽 8 米，乙河宽 10 米，A 到甲河垂直距离为 40 米，B 到乙河距离 20 米，两河距离 100 米．A、B 两点水平距离（与小河平行方向）120 米，为使 A、B 两点间来往路程最短，两条桥都按这个目标而建，那么，此时 A、B 两点间来往的路程是_____米．

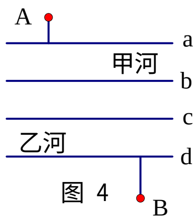

图 4

18．把 7 本不同的书分给甲、乙两人，甲至少要分到 2 本，乙至少要分到 1 本，两人的本数不能只相差 1，则不同的分法共有_____种．

19．已知正整数 $n$ 大于 30，且使得 $4n-1$ 整除 $2002n$，则 $n=$_____．

20．设 $2002!=1\times2\times3\times4\times\cdots\times2002$，那么计算 2002！的得数末尾数有_____个 0．