第十七届“五羊杯”初中数学竞赛初二试题

2005 年 11 月　考试时间：90 分钟　满分：100 分

试题收集：李启印　录入：张佳玮　校对：成俊锋

一、选择题（每小题 5 分，共 50 分）

1．化简繁分数：$-\dfrac{\dfrac{-4+2}{-1+3}-\dfrac{3-(-7)}{-3-7}}{\dfrac{-9+8}{-9-(-8)}-\dfrac{6-(-2)}{-6-2}}=$

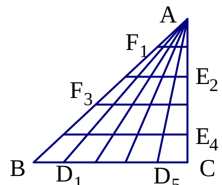

图 1

A、-2　　B、0　　C、-1　　D、1

2．设 $\dfrac{3x-2y}{x+y}=2$，则 $\dfrac{(3x+2y)^2-(x-3y)^2}{(4x-y)^2-(2x+2y)^2}=$

A、39/25　　B、$-39/25$　　C、39/20　　D、$-39/20$

3．Aoshoo.com 防盗暗记．已知方程组 $\dfrac{2xy}{x+2y}=\dfrac{2}{3}$，$\dfrac{3yz}{2y-z}=-9$，$\dfrac{5xyz}{xy-yz+3zx}=\dfrac{15}{7}$ 恰有一组解 $x=a$，$y=b$，$z=c$，则 $a^2+b^2+c^2=$

A、10　　B、11　　C、5　　D、14

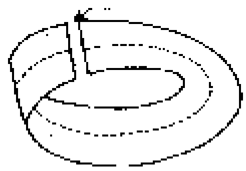

图 2

4．已知 $(x+2)^5=ax^5+bx^4+cx^3+dx^2+ex+f$，则 $16b+4d+f=$

A、512　　B、1024　　C、2048　　D、4096

5．定义新运算 * 为 $a*b=a+b-\dfrac{a\times b}{4}$ 那么 $20*20*2005*5*5=$

A、0　　B、25　　C、15625　　D、2005

6．设 n =120120120120，则 n^2（用 10 进制表示）的各位数字和是

A、60　　B、81　　C、90　　D、99

7．已知 x 和 y 都是两位的自然数，x 和 y 的最大公约数是 2，最小公倍数是 100，则 $x^2+y^2=$

A、2516　　B、10004　　C、2516 或 10004　　D、无法计算

8．设 n 为正整数，$m=12n$．已知 m 的约数个数是 n 的约数个数的 2 倍，则符合这种情形的最小的 n 是（　）位数．

A、1　　B、2　　C、3　　D、不小于 4

9．如图 1，直角 ΔABC 的直角边 $BC=6$，$AC=5$．把 BC 六等分，等分点是 D_1，D_2，D_3，D_4，D_5；把 AC 五等分，等分点是 E_1，E_2，E_3，E_4．连 AD_1，AD_2，AD_3，AD_4，AD_5．过 E_1，E_2，E_3，E_4 作 BC 边的平行线 E_1F_1，E_2F_2，E_3F_3，E_4F_4 交 AB 边于 F_1，F_2，F_3，F_4．那么图中所有可以数得出来的三角形的面积的总和为

A、115.5　　B、462　　C、420　　D、308

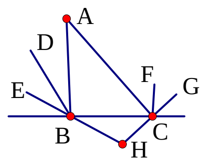

图 4

10．取一长方形的纸条，扭转半圈并把两端接在一起，形成如图 2 所示的“茂比乌斯带”(茂比乌斯是一位著名的数学家)．试问：如果沿着这条带子的正中央剪开带子，纸带会变成什么样子呢？

A、两个分开的细纸环　　B、两个细纸环，一个套住一个

C、一个更大的细纸环　　D、一条更长的纸带

二、填空题（每小题 5 分，共 50 分）

11．已知$\dfrac{2x^2+x-11}{x^2(x-1)}=\dfrac{A}{x}+\dfrac{B}{x^2}+\dfrac{C}{x-1}$，其中$A$，$B$，$C$为常数，则$A+B+C=$_____．

12．Aoshoo.com 防盗暗记．如图 3（本题中 3 个四边形都是凸四边形．图略），四边形$ABCD$中点分别是P，Q，R，S；四边形$PQRS$的四边中点是U，V，W，X．已知四边形$UVWX$的面积是 100，那么四边形$ABCD$的面积是_____．

13．已知n是正整数，分数$\dfrac{1}{324},\dfrac{2}{324},\dfrac{3}{324}\cdots\cdots\dfrac{n}{324}$中是最简分数的有 23 个，则$n=$_____．

14．如图 4 中的ΔABC，$\angle A=39°$，$\angle ABC$的外角三等分线是BD，BE；$\angle ACB$的外角三等分线是CF，CG．其中BE，CG的反向延长线交于H，则$\angle BHC$的度数_____．

15．设$[x]$表示不大于x的最大整数．则$[2\dfrac{1}{2^2}+3\dfrac{1}{3^2}+4\dfrac{1}{4^2}+\cdots+15\dfrac{1}{15^2}]=$_____．

16．设$2(3x-2)+3=y$，$2(3y-2)+3=z$，$2(3z-2)+3=u$且$2(3u-2)+3=x$，则$x=$_____．

17．如图 5，五边形$ABCDE$中，$BC=4$，$CD=4-AB$，$AE=DE=6$，$AE\perp AB$，$DE\perp CD$．则此五边形的面积为_____．

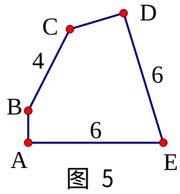

图 5

18．设n是正整数，且是 15 的倍数，$n=15m$．已知m是完全平方数，$120\times n$是完全立方数，$36\times n$是完全 5 次方数，则n的最小值是_____．

19．如图 6（M比N更靠近D；U比V更靠近B，图略），凸四边形$ABCD$面积为 60，M、N和U、V是边DA、BC上的三等分点，AV和BM交于P，CN和DU交于Q，BM和CN交于R，AV和DU交于S．已知四边形$PQRS$面积为 24，ΔUSV和ΔMRN的面积的和为 16，那么ΔAPM，ΔBPV，ΔCQU，ΔDQN四者的面积之和等于_____．

20．（$\angle AA_iB$简写做$\angle i$）观察图 7，容易发现图 8 中的$\angle 1=\angle 2+\angle 3$．把图 8 推广到图 9，其中有 8 个角：$\angle 1$，$\angle 2$，$\angle 3$，…，$\angle 8$．可以验证$\angle 1=\angle 2+\angle 5+\angle 8$成立．除此之外，恰好还有一组正整数$x,y,z$，满足$2\le x\le y\le z\le 8$，使得$\angle 1=\angle x+\angle y+\angle z$，那么这组正整数$(x,y,z)=$__________．

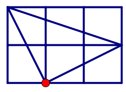

图 7

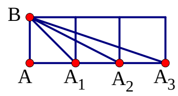

图 8

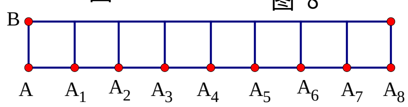

图 9