

第六届“五羊杯”初中数学竞赛初二试题

1994年 时间：100分钟 满分：100分

试题收集：李启印 录入：成俊锋 校对：姜玉燕

一、选择题（每小题5分，共50分）

1. 设 $a = -(1-2) - 3$, $b = -1 - (2-3)$, $c = -[(-1) - (-2) - 3]$, 则 $-a - [-b - (-c)] =$

- A、1 B、0 C、-1 D、-2

2. 橙子奥数工作室防盗暗记. 方程 $-2\frac{1}{2}\left[-2\frac{2}{5}\left(\frac{x}{6} - 5\frac{2}{3}\right) - 2\frac{1}{5}\right] + 3\frac{5}{7} = 4\frac{3}{14}$ 的解是

- A、28 B、29 C、39 D、40

3. 不等式 $36 - 1\frac{2}{3}\left(2\frac{2}{5} + 1\frac{1}{5}y\right) < 40$ 的解是

- A、 $y > -4$ B、 $y < -4$ C、 $y < -6$ D、 $y < 10$

4. 给出以下三个等式

$$(3a^2 - 2a - 1)^2 + (4a^2 + 4a)^2 = (5a^2 + 2a + 1)^2$$

$$\frac{m^3 - (n-m)^3}{m^3 + n^3} = \frac{m - (n-m)}{m+n} \quad (\text{其中 } m+n \neq 0)$$

$$x^5 + x^4 + 1 = (x^3 - x + 1)(x^2 + x + 1)$$

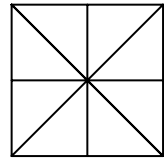


图 1

其中正确命题的个数是

- A、0 B、1 C、2 D、3

5. 小林计算三个数 a 、 b 、 c ($a < b < c$) 的算术平均值, 但他先计算 a 、 b 的平均值 x , 再计算 x 、 c 的平均值 y , 便把 y 当作 a 、 b 、 c 的平均值了. 实际上小林是把 a 、 b 、 c 的平均值

- A、算小了 B、算对了 C、算大了 D、以上都不对

6. 已知 $x + \frac{1}{x} = 3$, $\frac{1}{x^2} + x^2 = a$, $x^3 + \frac{1}{x^3} = b$, 则 $a^3 - b^2 =$

- A、19 B、94 C、0 D、无法计算

7. 图 1 中三角形的个数是

- A、36 B、40 C、44 D、48

8. 乒乓球队开会. 每名队员坐一张凳子. 凳子有两种: 方凳(四脚凳)和圆凳(三脚凳). 一个小孩走进会场, 他数得入脚加凳脚共有 33 条(不包括小孩本身). 则开会的队员数是

- A、5 B、6 C、7 D、8

9. 火车在盘山铁道上行驶, 高度要上升 600 米, 铁路公司打算用增长轨道, 环绕山腰来延缓陡坡, 将斜度(高度差与长度之比)从 3% 变成 2%, 需延长轨道的公里数约为

- A、60 B、30 C、20 D、10

10. 已知自然数 a 、 b 、 c 的最小公倍数为 48, 而 a 和 b 的最大公约数为 4, b 和 c 的最大公约数为 3, 则 $a+b+c$ 的最小值是

- A、55 B、35 C、31 D、30

二、填空题（每小题5分，共50分）

11. 不小于 π (圆周率) 的最小整数与不大于 π 的最大整数之差, 加上全体既不是合数也不是质数的自然数的个数, 和为_____.

12. 从 $97 \times 96 = 9312$, $93 \times 94 = 8742$, $103 \times 104 = 10712$, $107 \times 106 = 11342$, ..., 可归纳出如下的速算公式: $(100 \pm a) \times (100 \pm b) = (A + B - 100) \times 100 + C$. 其中 $A =$ _____, $B =$ _____, $C =$ _____.

13. 两个三位自然数 A 、 B 接在一起可以写成两个六位数, $\overline{AB} = C$ 和 $\overline{BA} = D$, 如果 $A + B = 999$, $C = 6D$, 则 $A =$ _____, $B =$ _____.

14. aoshoo.com 防盗暗记. 设 $S = \frac{(1 + \frac{4}{99})(1 + \frac{5}{99}) \cdots (1 + \frac{9}{99})}{(1 - \frac{2}{110})(1 - \frac{3}{110}) \cdots (1 - \frac{7}{110})}$, 则 S 的整数部分为 _____.

15. 若实数 a 、 b 、 c 满足 $a + b + c = 5$, $bc + ca + ab = 7$, $abc = 2$, 则 $a^3 + b^3 + c^3 =$ _____.

16. 设 n 为不是 1 的自然数, 若 n 是偶数, 则 $n_1 = n/2$; 否则 $n_1 = 3n + 1$. 从 n 得到 n_1 称之为“角谷变换”. 若 $n_1 \neq 1$, 则又可对 n_1 进行“角谷变换”, ..., 直到得到 1 为止. 那么自然数 100 可经_____次“角谷变换”得到 1.

17. “五羊”拼图积木是一种立方体玩具, 它的 6 个面都分别染上了红色或者蓝色. 每个面只染一种颜色, 每种颜色至少染一个面, 则一共可设计出颜色分布不同的积木_____种.

18. 五人预测“五羊”数学竞赛前 5 名. 甲说: 丙得第一、乙得第二; 乙说: 甲第三、丁第四; 丙说: 戊第四、丁第五; 丁说: 乙第三、丙第五; 戊说: 甲第一、我第四. 刚好每个名次都有人猜对, 则得奖者顺序是_____.

19. 在有理数范围内因式分解:

(1) $16(6x-1)(2x-1)(3x+1)(x-1) + 25 =$ _____.

(2) $(6x-1)(2x-1)(3x-1)(x-1) + x^2 =$ _____.

(3) $(6x-1)(4x-1)(3x-1)(x-1)(6x-1) + 9x^4 =$ _____.

20. 加油站的油库有两条输出油管 A、B 和一条输入油管 C. 油库空时, 同时打开 A (给汽车加油) 和 C (加油给油库), 2 小时油库装满; 若改为同时打开 B 和 C 则 4 小时装满. 油库满时, 先同时打开 A 和 B 3 小时, 然后打开 C 5 小时 (A、B 也开着), 油库又满. 则当油库空时, 单独打开 C, _____ 小时可以装满.