**2009年全国初中数学联合竞赛试题**

**第一试**

**一、选择题（本题满分42分，每小题7分）**

1. 设，则（ ）

A.24. B. 25. C. . D. .

**2．**在△ABC中，最大角∠A是最小角∠C的两倍，且AB＝7，AC＝8，则BC＝（ ）

A.. B. . C. . D. .

**3．**用表示不大于的最大整数，则方程的解的个数为（ ）

A.1. B. 2. C. 3. D. 4.

**4．**设正方形ABCD的中心为点O，在以五个点A、B、C、D、O为顶点所构成的所有三角形中任意取出两个，它们的面积相等的概率为（ ）

A.. B. . C. . D. .

**5．**如图，在矩形ABCD中，AB＝3，BC＝2，以BC为直径在矩形内作半圆，自点A作半圆的切线AE，则CBE＝ （ ）

A.. B. . C. . D. .

**6．**设是大于1909的正整数，使得为完全平方数的的个数是 （ ）

A.3. B. 4. C. 5. D. 6.

**二、填空题**（本题满分28分，每小题7分）

**1．**已知是实数，若是关于的一元二次方程的两个非负实根，则的最小值是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**2．** 设D是△ABC的边AB上的一点，作DE//BC交AC于点E，作DF//AC交BC于点F，已知△ADE、△DBF的面积分别为和，则四边形DECF的面积为\_\_\_\_\_\_.

**3．**如果实数满足条件，，则\_\_\_\_\_\_.

**4．**已知是正整数，且满足是整数，则这样的有序数对共有\_\_\_\_\_对.

**第二试 （A）**

**一．（本题满分20分）**

已知二次函数的图象与轴的交点分别为A、B，与轴的交点为C.设△ABC的外接圆的圆心为点P.

（1）证明：⊙P与轴的另一个交点为定点.

（2）如果AB恰好为⊙P的直径且，求和的值.

**二．（本题满分25分）**设CD是直角三角形ABC的斜边AD上的高，、分别是△ADC、△BDC的内心，AC＝3，BC＝4，求.

**三．（本题满分25分）**已知为正数，满足如下两个条件：

 ①

 ②

证明：以为三边长可构成一个直角三角形.

**第二试 （B）**

**一．（本题满分20分）题目和解答与（A）卷第一题相同.**

**二． （本题满分25分）** 已知△ABC中，∠ACB＝90°，AB边上的高线CH与△ABC的两条内角平分线 AM、BN分别交于P、Q两点.PM、QN的中点分别为E、F.求证：EF∥AB. 

**三．（本题满分25分）题目和解答与（A）卷第三题相同.**

**第二试 （C）**

**一．（本题满分20分）题目和解答与（A）卷第一题相同.**

二．**（本题满分25分）题目和解答与（B）卷第二题相同.**

**三．（本题满分25分）**已知为正数，满足如下两个条件：

 ①

 ②

是否存在以为三边长的三角形？如果存在，求出三角形的最大内角.

**参考答案**

**第一试**

1. **选择题**
2. A
3. C
4. C
5. B
6. D
7. B
8. **填空题**

1、

2、

3、

4、7

**第二试 （A）**

**二．（本题满分25分）**

**解:** （1）易求得点的坐标为，设，，则，.

设⊙P与轴的另一个交点为D，由于AB、CD是⊙P的两条相交弦，它们的交点为点O，所以OA×OB＝OC×OD，则.

因为，所以点在轴的负半轴上，从而点D在轴的正半轴上，所以点D为定点，它的坐标为(0,1).

（2）因为AB⊥CD，如果AB恰好为⊙P的直径，则C、D关于点O对称，所以点的坐标为，

即.

又，所以

，解得.

**二．（本题满分25分）**

**解：** 作E⊥AB于E，F⊥AB于F.

在直角三角形ABC中，AC＝3，BC＝4，.

又CD⊥AB，由射影定理可得，故，

.

因为E为直角三角形ACD的内切圆的半径，所以＝.

连接D、D，则D、D分别是∠ADC和∠BDC的平分线，所以∠DC＝∠DA＝∠DC＝∠DB＝45°，故∠D＝90°，所以D⊥D，.

同理，可求得，. 所以＝.

**三．（本题满分25分）**

 **证法1** 将①②两式相乘，得，

即，

即，

即，

即，

即，

即，即，

即，

所以或或，即或或.

因此，以为三边长可构成一个直角三角形.

**证法2** 结合①式，由②式可得，

变形，得 ③

又由①式得，即，

代入③式，得，即.



，

所以或或.

结合①式可得或或.

因此，以为三边长可构成一个直角三角形.

**第二试 （B）**

**二． （本题满分25分）**

**解** 因为BN是∠ABC的平分线，所以.

又因为CH⊥AB，所以

，

因此.

又F是QN的中点，所以CF⊥QN，所以，因此C、F、H、B四点共圆.

又，所以FC＝FH，故点F在CH的中垂线上.

同理可证，点E在CH的中垂线上.

因此EF⊥CH.又AB⊥CH，所以EF∥AB.

**三．（本题满分25分）**

**解法1** 将①②两式相乘，得，

即，

即，

即，

即，

即，

即，即，

即，

所以或或，即或或.

因此，以为三边长可构成一个直角三角形，它的最大内角为90°.

**解法2** 结合①式，由②式可得，

变形，得 ③

又由①式得，即，

代入③式，得，即.



，

所以或或.

结合①式可得或或.

因此，以为三边长可构成一个直角三角形，它的最大内角为90°.