第十三届“五羊杯”初中数学竞赛初三试题

2001年10月　时间：90分钟　满分：100分

试题收集：李启印 费振鹏 录入：成俊锋　校对：林昊

一、选择题（每小题5分，共50分）

1．方程 $\dfrac{\sqrt{7}(1+x)}{\sqrt{7}+\sqrt{2}}+\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}-\sqrt{2}}=0$ 的根是 $x=$

A、$\dfrac{\sqrt{14}-7}{9}$　　B、$\dfrac{7-\sqrt{14}}{9}$　　C、$-\dfrac{7+9\sqrt{14}}{31}$　　D、$\dfrac{7+9\sqrt{14}}{31}$

2．设 $x=\sqrt{3}-2$，则 $x^6+3x^5+11x^3+2x+1=$

A、$14\sqrt{3}+24$　B、$14\sqrt{3}-24$　C、$14\sqrt{3}-32$　D、$32-14\sqrt{3}$

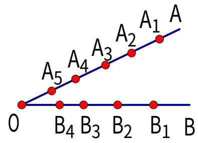

图 1

3．aoshoo.com 防盗暗记．使分式 $\dfrac{\sqrt{x-3}}{\dfrac{3-|x-8|}{|x-4|}}$ 有意义的 x 的取值范围是

A、$x\ge 12$　　B、$x\ge 12$ 或 $x=3,6,7,8,9,10$　　C、$x\ge 3$ 且 $x\ne 4,5,11$　　D、$x\ge 3$

4．如图1，∠AOB的两边分别有5个点 A_1、A_2、A_3、A_4、A_5 和4个点 B_1、B_2、B_3、B_4，线段 A_iB_j（$1\le i\le 5$，$1\le j\le 4$）之中，在∠AOB内及其边上不相交的一对线段称为“和睦线对”(不分顺序)，例如 A_5B_4 和 A_4B_3 是“和睦线对”．那么图中一共有（ ）个“和睦线对”

A、100　　B、90　　C、66　　D、60

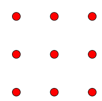

图 2

5．一块木板上钉有9枚铁钉，钉尖向上（如图2）．用橡皮筋套住其中4枚铁钉，构成一个平行四边形，共有（　）种套法

A、82　　B、40　　C、22　　D、21

6．图3中，按给定的点和边，一共可以数出（　）个多边形．

A、24　　B、30　　C、36　　D、40

7．设 $\lfloor x\rfloor$ 表示不大于 x 的最大整数；$\lceil x\rceil$ 表示不小于 x 的最小整数；$\lfloor x\rceil$ 表示最接近 x 的最小整数（$x\ne n+0.5$，n 为整数）．(例略）则方程 $3\lfloor x\rfloor+2\lceil x\rceil+\lfloor x\rceil=8$ 的解为

A、$1<x<1.5$　　B、$1<x<2$　　C、$1<x<1.5$ 或 $1<x<2$　　D、以上答案都不对

8．设「x」表示最接近 x 的最小整数（$x\ne n+0.5$，n 为整数），则

「$\sqrt{1}$」+「$\sqrt{2}$」+「$\sqrt{3}$」+ ⋯ +「$\sqrt{36}$」=

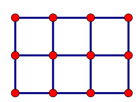

图 3

A、131　　B、146　　C、161　　D、666

9．如图4（AB < CD，图略）梯形ABCD的两腰DA、CB的延长线交于点O．已知 $S_{\triangle AOB}=4$，$S_{\triangle AOC}=9$，则 $S_{梯形ABCD}=$

A、25　　B、16.25　　C、16　　D、15.25

10．仍如图4，梯形两对角线交于M，且 $S_{\triangle AOB}=c^2$，$S_{\triangle AMB}=a^2$，$c>a>0$，则 $S_{梯形ABCD}=$

A、$\dfrac{4a^2c^4}{(c^2+a^2)^2}$　　B、$\dfrac{4a^2c^2}{c^2+a^2}$　　C、$\dfrac{4a^2c^4}{(c^2-a^2)^2}$　　D、$\dfrac{4a^2c^2}{c^2-a^2}$

二、填空题（每小题 5 分，共 50 分）

11．aoshoo.com 防盗暗记．分解因式：$(x^4-4x^2+1)(x^4+3x^2+1)+10x^4=$_____．

12．已知 $\dfrac{a+2b-3c}{2}=\dfrac{b-2c+3a}{3}=\dfrac{c+3a+2b}{4}$，则 $\dfrac{a-2b+3c}{a+3b-2c}=$_____．

13．不等式 $\dfrac{x+2}{4x+3}-\dfrac{x}{4x+1}>\dfrac{x}{4x-1}-\dfrac{x-2}{4x-3}$ 的解是_____．

14．方程 $2/x-3/y=1/4$ 有_____组正整数解．

15．一个多边形一共有 14 条对角线，则它的内角和为_____．

16．图 5 是一个不规则的五边形，则∠A＋ ∠B＋ ∠C＋ ∠D＋ ∠E＝_____．

17．把 7 个两两不同的球分给两个人，使得每人至少分得 2 个球，则不同的分法共有_____种．

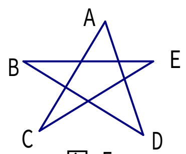

图 5

18．如图 6（图略），∠AOB ＝ 45 °，角内有点 P，PO ＝ 10，在两边上有点 Q、R（均不同于 O），则△PQR 的周长的最小值为_____．

19．在三边长为自然数、周长不超过 100、最长边与最短边之差不大于 2 的三角形中、互不全等的三角形共有_____个．

20．如图 7（图略），△ABC 的面积为 S，在 BC 上有点 A’，且 BA’∶A’C＝m（$m>0$）；在 CA 的延长线上有点 B’，且 CB’∶AB’＝n（$n>1$）；在 AB 的延长线上有点 C’，且 AC’∶BC’＝k（$k>1$）．则 $S_{\triangle A'B'C'}=$_____．